

MATHS POUR L'IMAGE : ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE  
Fiche d'exercices 4 - inversion de matrices, déterminants, systèmes linéaires

**Exercice 1 - inversion par pivot de Gauss**

Déterminer l'inverse des matrices suivantes en utilisant la méthode du pivot de Gauss

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 8 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Exercice 2 - déterminants**

Calculer le déterminant des matrices de l'exercice précédent et en déduire si elles sont inversibles. Si c'est le cas, calculer leur inverse avec la méthode des cofacteurs.

**Exercice 3 - inverses de transformations géométriques**

Déterminer les inverses des matrices des transformations géométriques de  $\mathbb{R}^3$  suivantes (dans la base canonique). Interpréter ce résultat géométriquement.

1. La rotation  $r$  d'angle  $\frac{\pi}{4}$  autour de l'axe des  $z$  (dans le sens trigonométrique, vu depuis l'axe des  $z$ )
2. L'homothétie  $h$  de rapport 3
3. La projection  $p$  sur le plan  $z = 0$

**Exercice 4 - systèmes linéaires**

Résoudre les systèmes suivants avec la méthode du pivot de Gauss :

1. 
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 3x - 4z = 2 \\ -x - y - 2z = 7 \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} 3x + 4y - 5z = 2 \\ 2x - y + 3z = 4 \\ 6x + 8y - 10z = 4 \end{cases}$$