

Recherche opérationnelle

DUT Info 2e année, parcours A

La programmation linéaire, récapitulatif

Florent Foucaud



IUT CLERMONT AUVERGNE

Aurillac - Clermont-Ferrand - Le Puy-en-Velay
Montluçon - Moulins - Vichy

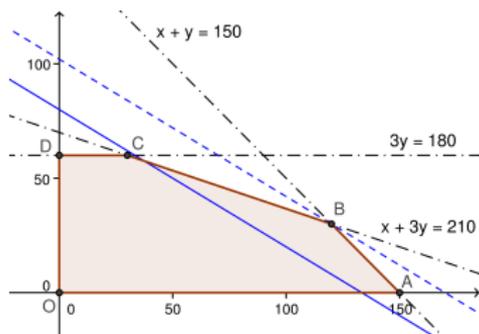
Représentation géométrique d'un programme linéaire

Exemple de programme linéaire

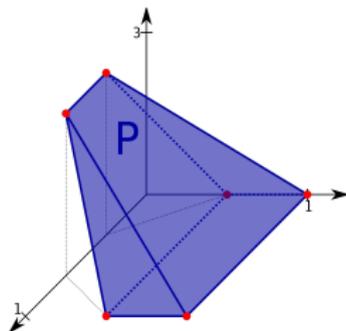
$$\begin{array}{rcllcl} \text{maximiser :} & 10x & + & 5y & & \\ \text{tel que :} & 1.5x & - & 2y & \leq & 1000 \\ & 3x & + & y & \leq & 1500 \\ & x & & & \geq & 0 \\ & & & y & \geq & 0 \end{array}$$

Représentation géométrique d'un programme linéaire

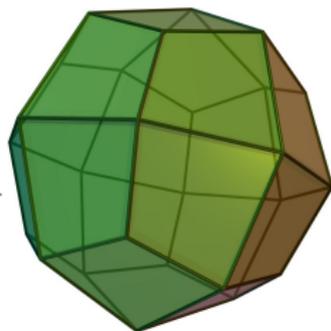
- On se place dans un espace à n dimensions, où n est le nombre de variables du PL.
- Chaque contrainte est modélisée par un espace à $n - 1$ dimensions, qui divise notre espace en deux parties :
→ les points qui satisfont ou ne satisfont pas la contrainte.
- Ces contraintes définissent un **polytope** convexe, qui contient tous les points correspondant à une solution du PL.
Chaque contrainte produit une **facette** du polytope.



2 variables : polygone

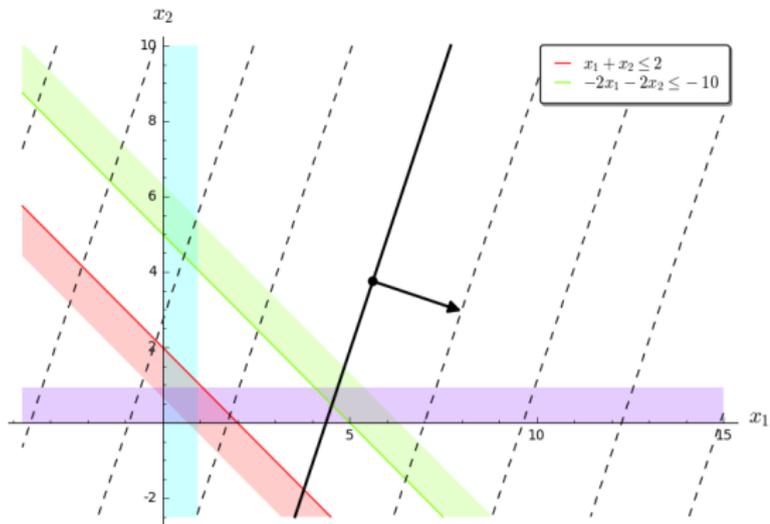


3 variables : polyèdre



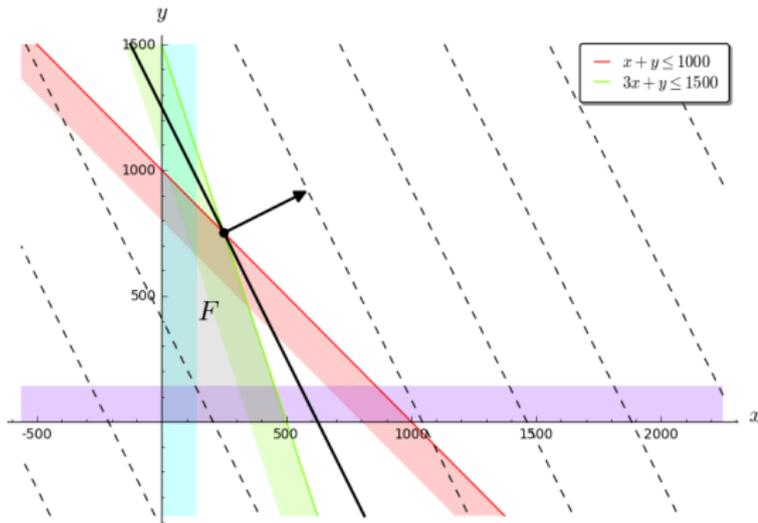
Quatre types de programmes linéaires

1. Pas de solution du tout



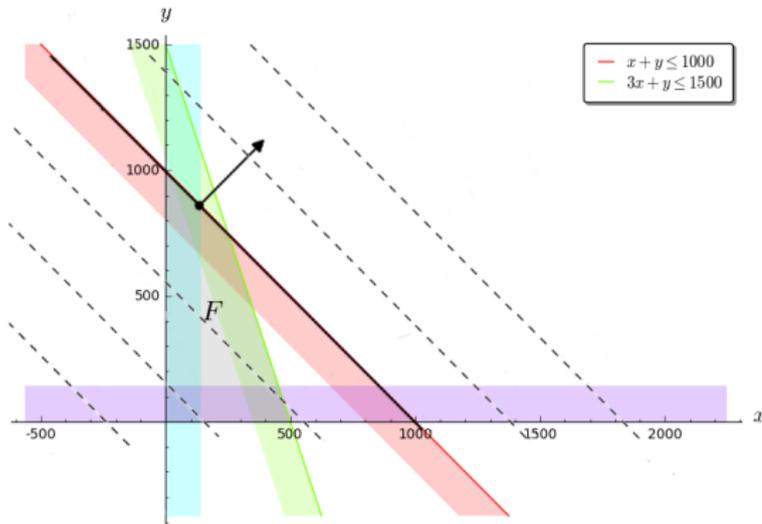
Quatre types de programmes linéaires

1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope



Quatre types de programmes linéaires

1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope
3. Une infinité de solutions optimales, sur une arête du polytope



Quatre types de programmes linéaires

1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope
3. Une infinité de solutions optimales, sur une arête du polytope
4. Une infinité de solutions, mais pas de solution optimale : PL non borné

