
TD 5 – Leçon de grammaire

Exercice 1.*Retour sur le cours*

Faire tourner l’algorithme de décision des formules du premier ordre de l’arithmétique de Presburger sur les exemples suivants :

1. $\exists y \exists z [(\exists t z + t = y) \wedge y + y = z]$
2. $\forall x \exists y (y + y = x)$
3. $\forall x \exists y (x + x = y)$

Exercice 2.*Échauffement avec Dick et Luckasiewicz*

Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1. $S \longrightarrow aSb \mid \varepsilon$
2. $S \longrightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$
3. $S \longrightarrow ST + \varepsilon$
 $T \longrightarrow a_1 S \bar{a}_1 + \dots + a_n S \bar{a}_n$
4. $S \longrightarrow aSS + \bar{a}$

Exercice 3.*Arrière ! Grammaires*

Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L’ensemble des palindromes sur $\{a, b\}$ et son complémentaire.
2. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ de longueur impaire.
3. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant le même nombre d’occurrences de a que de b .
4. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant deux fois plus de a que de b .
5. $\{w \# \bar{w} \#, w \in (a + b)^*\}$.
6. $\{w \# w' \mid w, w' \in (a + b)^* \text{ et } w \neq w'\}$.
7. L’ensemble des mots de $(a + b)^*$ qui ne sont pas de la forme ww .

Exercice 4.*Grammaire certainement ambiguë*

1. Montrer que la grammaire suivante est ambiguë.

$$E \longrightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid a \mid b$$

2. Trouver une grammaire hors-contexte qui reconnaît le langage

$$A = \left\{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ et } (i = j \text{ ou } j = k) \right\}$$

Exercice 5.

Faits divers

Soit la grammaire suivante :

$S \rightarrow GN\ GV$

$GN \rightarrow Det\ N$

$GN \rightarrow N$

$Det \rightarrow un \mid une \mid des \mid le \mid la \mid les \mid$

$N \rightarrow chat \mid Jean \mid Mickey \mid télescope$

$GV \rightarrow V\ GN$

$GV \rightarrow V\ GP$

$V \rightarrow regarde \mid mange$

$GP \rightarrow Prep\ GN$

$Prep \rightarrow avec \mid chez$

Montrer que cette grammaire est ambiguë.