

## TD 07 – NP-complétude

**Exercice 1.***Independent Set*

Montrer que le problème défini ci-dessous est  $\mathcal{NP}$ -complet.

## INDEPENDENT SET

*Instance* : Un graphe  $G = (V, E)$  et un entier  $k$ .

*Question* : Existe-t-il un stable de taille  $k$  dans  $G$  ?

**Exercice 2.***Deux cliques*

Montrer que le problème suivant est  $\mathcal{NP}$ -complet :

## DEUX-CLIQUE

*Instance* : Un graphe  $G = (V, E)$ , et un entier  $k > 0$

*Question* : Existe-t-il deux cliques disjointes de taille  $k$  dans  $G$  ?

On rappelle qu'une clique est un sous-ensemble de sommets tous adjacents deux à deux.

**Exercice 3.***Vertex Cover*

Soit  $G = (V, E)$  un graphe. Une *couverture de sommets* de taille  $k$  est un sous-ensemble de sommets  $V'$  de taille  $k$  tel que pour toute arête  $uv \in E$ , on a  $u \in V'$  ou  $v \in V'$  (ou les deux). Autrement dit, les sommets choisis "couvrent" toutes les arêtes du graphe.

Montrer que le problème suivant est  $\mathcal{NP}$ -complet :

## COUVERTURE-SOMMETS

*Instance* : Un graphe  $G$  et un entier  $k \geq 0$

*Question* : Existe-t-il une couverture de sommets de taille  $k$  ?

*Indication* : Faire une réduction à partir de CLIQUE

**Exercice 4.***Chemin avec paires interdites*

Montrer que le problème suivant est  $\mathcal{NP}$ -complet :

## CHEMIN AVEC PAIRES INTERDITES

*Instance* : Un graphe orienté  $G = (V, A)$  (on distingue l'arc  $(u,v)$  de l'arc  $(v,u)$ ), deux sommets de ce graphe  $s, t \in V$  et une liste  $P = \{(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)\}$  de paires de sommets de  $G$ .

*Question* : Existe-t-il un chemin orienté de  $s$  vers  $t$  dans  $G$  qui contient au plus un sommet de chaque paire de la liste  $P$  ?

*Indication* : faire une réduction à partir de 3-SAT.