
TD 7 – Réduction

Exercice 1.*Deux Cliques*

1. Etant donné un graphe $G = (V, E)$, et un entier $K > 0$, existe-t-il deux cliques disjointes de taille K dans G ? On rappelle qu'une clique est un sous-ensemble de sommets tous adjacents deux à deux.

Exercice 2.*Variantes de 3-SAT*

Montrer la \mathcal{NP} -complétude des deux variantes de 3-SAT suivantes :

1. **3-SAT NAE** (*not all equal*), où l'on impose que les trois littéraux de chaque clause ne soient pas tous à la même valeur.
2. **3-SAT OIT** (*one in three*), où l'on impose qu'exactement un littéral soit à VRAI dans chaque clause.

Exercice 3.*Couverture de Sommets*

Soit $G = (V, E)$ un graphe. Une *couverture de sommets* de taille k est un sous-ensemble de sommets V' de taille k tel que pour toute arête $uv \in E$, on a $u \in V'$ ou $v \in V'$ (ou les deux). Autrement dit, les sommets choisis "couvrent" toutes les arêtes du graphe.

On considère le problème suivant :

COUVERTURE-SOMMETS : Etant donné un graphe G et un entier k , existe-t-il une couverture de sommets de taille k ?

1. Montrer que ce problème est NP-complet.

Indication : Faire une réduction à partir de CLIQUE

Exercice 4.*Chemin avec Paires Interdites*

1. Soient $G = (V, E)$ un graphe orienté (on distingue l'arc (u, v) de l'arc (v, u)), deux sommets de ce graphe $s, t \in V$ et une liste $P = \{(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)\}$ de paires de sommets de G . Existe-t-il un chemin orienté de s vers t dans G qui contient au plus un sommet de chaque paire de la liste P ?

Indication : faire une réduction à partir de 3-SAT.