

Douze paris mathématiques

Atelier du dimanche 24 octobre 2010 aux Journées de Paris

Dominique SOUDER
dominique.souder@gmail.com

Description :

Les 12 travaux d'Hercule d'un amoureux de magie mathématique : 12 défis à relever, sur des thèmes variés, pour un public évoluant de la maternelle à l'Université.

Au minimum, ces tours permettront d'illustrer vos cours de récréations mathématiques. Dans les meilleurs des cas ils donneront de bonnes images mentales de notions à venir et constitueront des activités de départ pour construire vos leçons.

Matériel :

Papier, crayon, ciseaux, colle, jeu de 52 cartes.

Les 12 paris présentés et relevés :

(La plupart des tours de magie mathématiques exposés sont suivis des références A, B, C, D, E des ouvrages mentionnés plus loin, de l'auteur, où ils sont détaillés)

1) Prédications de résultats de calculs donnant toujours le même nombre, grâce à des objets conçus exprès. Exemples utilisant des tables d'addition ou de multiplication conduisant à un invariant. [A, C et D]. Exemple du sesquimètre de couturière lié à la somme des termes d'une suite arithmétique. [C]

2) Prédications de résultats de calculs donnant de résultats variés mais faciles à trouver, grâce à des objets conçus exprès. Exemples de calculs astucieux :

- à partir de bâtons numériques (ajouter 19 998 c'est ajouter 20 000 et enlever 2),
- à partir de bandes de nombres liés recto-verso, [E]
- à partir de piles de pavés droits de nombres liés sur leurs faces verticales [E]
- à partir de 5 cubes de nombres de 3 chiffres dont le total des faces de dessus s'obtient seulement grâce aux chiffres des unités.[C]
- à partir d'une suite de Fibonacci [D]

3) Défis topologiques :

- séparer 2 boucles enchevêtrées, [A]
- ôter un gilet sans enlever la veste, [A]
- faire 2 découpes en ligne droite dans une croix de 2 anneaux pour obtenir, sans déchets, 2 carrés, [C] ; comment célébrer 2 mariés à partir d'une croix de 2 rubans de Möbius obtenus par des torsions inverses
- passer la tête à travers une carte à jouer [C] ou la légende de la fondation de Carthage

4) Deviner un nombre choisi :

- à partir de cartes conçues grâce à des pesées en base trois [E]
- à partir de cartes conçues grâce à un codage [E]

- à partir de cartes conçues grâce à des systèmes de numération de bases non décimales [C, D et E]

5) Deviner une région choisie parmi 16, grâce à des découpages utilisant la numération en base deux [C]

6) Défis réalisables grâce aux congruences : « se faire choisir à coup sûr parmi 17 », « gagner un billet de banque », « trouver le jour de la semaine correspondant à une date donnée ». [C], [D]

7) Retrouver les noms de 13 cartes choisies par 13 spectateurs grâce aux propriétés de permutations arrangeantes. [C]

8) Construire, les yeux fermés, un carré magique de somme l'âge du spectateur à partir d'un carré de figures placées par celui-ci. [B]

9) Deviner la dernière carte qui restera après élimination de toutes les autres grâce à une formule magique utilisant des puissances. [B et C]

10) Un calcul mental prodigieux : multiplication d'un nombre de 18 chiffres par un nombre choisi inférieur à 200, grâce aux propriétés des roues magiques de nombres périodiques.[E]

11) Deviner le nombre placé au sommet d'une pyramide grâce au triangle de Pascal, et grâce à la notion de racine numérique et aux propriétés du nombre 9. [E]

12) Comment après avoir placé un point sur le contour d'une assiette trouver le point diamétralement opposé, grâce uniquement à l'assiette et aux propriétés vectorielles d'un losange.[C]

En premier bis : improbables probabilités « une chance sur 17... »

En 2^e et dernier bis : réaliser la quadrature du cercle en découpant un journal (en comptant sur une diminution de la vigilance de l'auditoire en fin de séance, et sur l'habileté d'un prestidigitateur).

Les 12 défis ont leurs déroulements détaillés, puis les explications mathématiques et certains commentaires pédagogiques dans les livres de Dominique Souder suivants :

- « Magie et maths » par Dominique Souder, ACL éditions du Kangourou ; 64 pages ; (paru en 2001) [A]
- « 32 tours mathématiques pour 32 cartes », par Dominique Souder, ACL éditions du Kangourou ; 64 pages ; (paru en avril 2008) [B]
- « 80 petites expériences de maths magiques » par D. Souder, éd. Dunod, 232 pages ; (paru en mai 2008) [C]
- « Magic Matthieu compte en moins de 2 », par Dominique et Pascalyves SOUDER, éd. Belin ; (mai 2010) [D]
- « Magic Matthieu multiplie les nouveaux mystères » par Dominique et Pascalyves SOUDER, éd. Belin ; (septembre 2010) [E]

Voici 3 tours présentés lors de l'atelier, mais ne figurant pas dans les ouvrages ci-dessus...

- « Les bâtons numériques »

Matériel :

4 bâtons en forme de prismes droits, où sont écrits sur chacune des quatre faces latérales, l'un sous l'autre, quatre chiffres.

Par exemple ceux-ci, donnés en développement des faces latérales :

Bâton 1 :

7	6	2	6
6	7	9	5
3	2	5	3
5	5	7	7

Bâton 2 :

2	8	1	5
9	2	8	5
5	4	6	6
7	8	9	8

Bâton 3 :

3	4	7	3
9	7	2	6
4	5	8	5
6	7	9	9

Bâton 4 :

4	2	3	2
5	8	8	9
3	4	2	6
9	8	7	7

Déroulement :

Les 4 bâtons sont disposés sur une table, au gré du spectateur, les uns à côté des autres de façon à faire voir sur leur dessus quatre lignes horizontales de nombres de quatre chiffres.

Exemple,

En choisissant de faire voir la colonne de gauche du développement ci-dessus de chaque bâton :

on peut lire les nombres

7234, 6995, 3543, et 5769

7	2	3	4
6	9	9	5
3	5	4	3
5	7	6	9

Le magicien tend une calculatrice au spectateur qui doit ajouter les quatre nombres.

Le magicien donne le total instantanément, et donc avant la machine.



Explication :

Sur chaque face de chaque bâton, la somme des deux chiffres du haut et du chiffre du bas fait 18. Exemple du bâton de gauche sur la photo $7+6+5 = 18$.

Les bâtons forment 4 nombres de 4 chiffres, la somme des 2 nombres du haut et du nombre du bas fait : $18+180+1\ 800+18\ 000 = 19\ 998$.

La somme des 4 nombres de 4 chiffres est égale à la somme du nombre de la 2^e ligne en partant du bas et de 19 998. Mais :

astuce de calcul : $19\ 998 = 20\ 000 - 2$.

On écrit le 2 à gauche du nombre repéré à la 2^e ligne en partant du bas, et on le diminue de 2 pour trouver le total final.

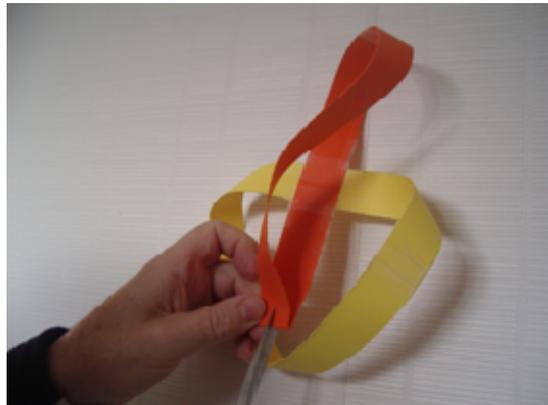
Sur le dessin à partir de la ligne 3543, on obtient 23 541 qui est le total de $7234+6995+3543+5769$.

De la croix de 2 rubans de Möbius (de torsions inverses) jusqu'aux 2 cœurs enchevêtrés...

1



2



3



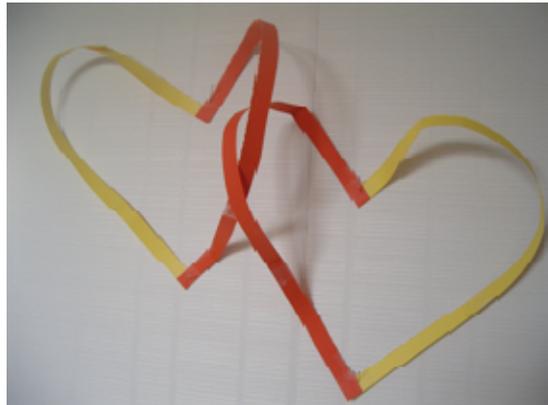
4



5



6





Mariage de Pascal Yves SOUDER et Sandrine le 3 juillet 2010.

- « Improbables probabilités ».

Dans votre auditoire habituel, il y a peut-être des « matheux » qui n'aiment pas s'en laisser compter lorsque vous leur faites des tours de cartes. Voilà une façon de les mettre un peu plus facilement de votre côté.

Demandez-leur combien il y a de chances de tirer deux cartes de même valeur dans un paquet de 52 cartes (par exemple : roi de pique, roi de trèfle). S'ils trouvent seuls, ils seront de bonne humeur pour le tour qui suivra, et sinon expliquez qu'il a 13 valeurs de 1 jusqu'au roi, et qu'on peut marier à chaque fois de 6 façons différentes deux cartes de même valeur :

cœur-carreau, cœur-pique, cœur-trèfle, carreau-pique, carreau-trèfle, pique-trèfle.

Ainsi on peut avoir $13 \times 6 = 78$ paires de cartes de même valeur.

Combien y a-t-il de paires de cartes dans un jeu de 52 cartes ?

Il y a 52 choix possibles pour la première carte, 51 choix pour la deuxième, mais on peut ainsi trouver deux fois la même paire selon l'ordre dans lequel on a choisi les deux cartes, d'où un nombre de choix de $52 \times 51 : 2 = 1326$.

Finalement on a 78 chances sur 1326 de tirer deux cartes de même valeur, soit une chance sur dix-sept, ce qui est peu... Pourtant dites que dans le tour que vous allez faire, le spectateur et vous allez tirer chacun une carte de même valeur, grâce à vos talents intuitifs...

Pour démarrer ce tour, il faut au préalable que vous ayez mis sur le dessus du paquet deux cartes de même valeur, ceci en cachette.

Dites au spectateur de couper le jeu, de prendre la moitié inférieure. Vous prenez le paquet sur lequel se trouvent les deux cartes de même valeur.

Mettez-vous face à face autour d'une table avec votre ami, chacun ayant les cartes sous la table, faces cachées sur le haut. Dites à votre ami d'attraper une carte où il veut dans son paquet, et de vous la faire passer sous la table. Quand vous la tenez, mettez-la sous votre paquet. Prenez à la place votre carte supérieure et dites :

- vous avez regardé ce que c'était ?

Le spectateur va réagir vite et dire non. Ajoutez bien vite :

- j'ai oublié de vous le dire, c'est ma faute, reprenez-la et regardez-la. Ensuite, repassez-la moi sous la table, en la retournant face visible en haut.

Mettez cette carte quelque part au milieu de votre paquet, et dites :

- c'est à moi de vous faire passer une carte face en haut. Placez-la où vous voulez dans votre paquet, toujours sous la table.

Et bien sûr vous lui faites passer votre carte du dessus, qui fait la paire avec la précédente...

Maintenant chacun pose son paquet sur la table, et l'étale... On constate qu'une seule carte est face en haut dans chaque paquet, et que les deux cartes visibles ont la même valeur !

Ceci malgré la faible probabilité : 1 chance sur 17...