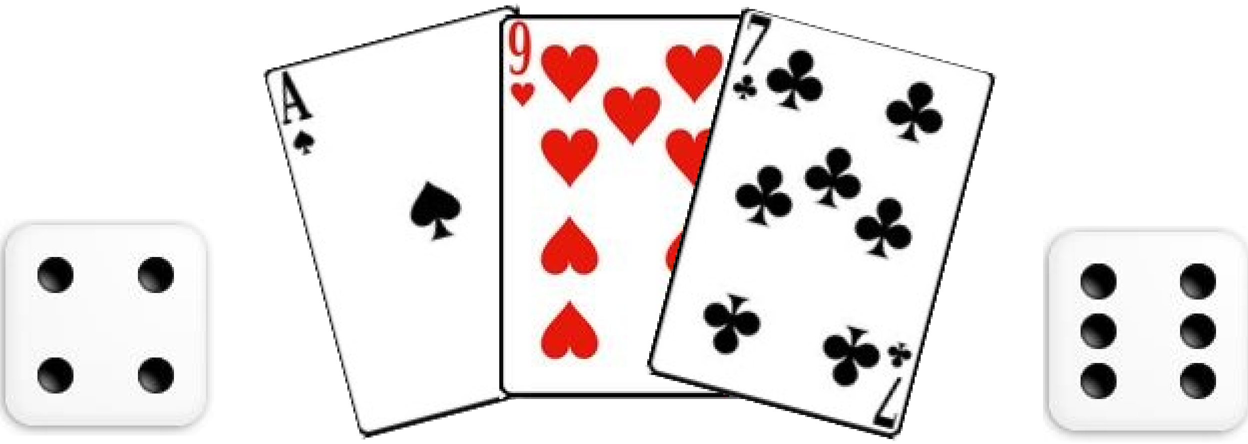
MEDIANE

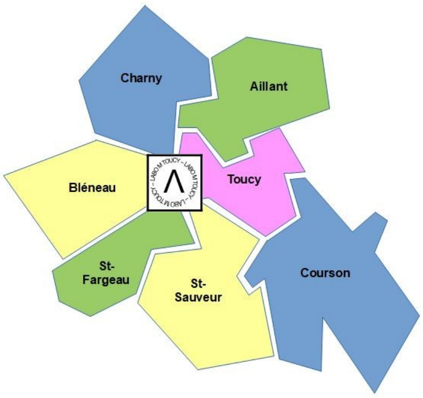
Bulletin du laboratoire de mathématiques de Toucy – Numéro 2



MATHEMAGIE

Dominique SOUDER

Les tables de multiplication en pratique – Le jeu du sprouts



Laboratoire de mathématiques
de Toucy
Collège Pierre Larousse
6 rue des montagnes
89130 TOUCY
03 86 44 14 34
https://www.pearltrees.com/labo_m_toucy
http://labo-maths-toucy.sd.ac-dijon.fr/

Coordonnateur : Sébastien REB

Membres :
Jérôme Buttner
Nathalie Hutin
Sophie Bernard (référente Puisaye)
Nathalie Saulet
Franck Lalande
Jean-Michel Defaut
Pierre Travers

PRO - LOG

Ce numéro 2 paraît dans un contexte encore très particulier. La pandémie dure, les conditions d'enseignement sont pesantes pour tous les personnels, le deuxième confinement de printemps 2021, coupure sanitaire obligatoire, creuse de plus en plus les inégalités. Apprendre à distance n'est pas chose aisée. Enseigner à distance ne s'improvise pas ! Il faut accentuer les formations dans ce sens dans les années à venir et notamment en mathématiques. Les évaluations internationales, telles TIMSS corroborent ce constat d'une baisse significative du niveau en mathématiques des élèves français.

Les laboratoires de mathématiques s'inscrivent dans la dynamique de formation locale et tentent d'offrir aux enseignants des ressources, des échanges de pratique, du matériel pédagogique, un accompagnement afin d'améliorer l'intérêt porté aux mathématiques et de leur donner du sens.

C'est dans ce cadre que le laboratoire a l'honneur de présenter dans ce deuxième Médiane, un article sur la mathémagie en cycle 3, écrit par Dominique Souder. Nous le remercions chaleureusement pour sa disponibilité, son engagement depuis des décennies dans les mathématiques récréatives dont la magie. Savourez à sa juste valeur cet article truffé d'exemples à mettre en œuvre dans nos classes !

Pour le prochain numéro de Médiane, nous recherchons des professeurs volontaires pour écrire un article sur une activité marquante faite en classe avec vos élèves. Contactez-nous à labo.m.toucy@gmail.com.

Bonne lecture à tous.

PARTAGEONS LES MATHEMATIQUES !

Sébastien REB
Coordonnateur du laboratoire

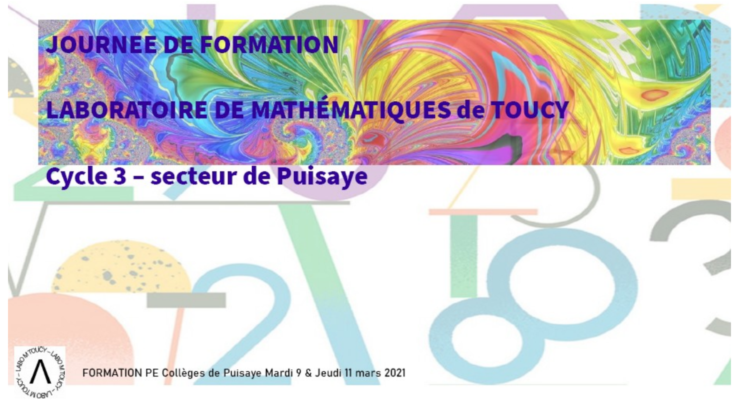
SOMMAIRE MÉDIANE 2

ACTU'MATHS

Installation physique du labo

Les travaux ont débuté ! Le laboratoire devrait être finalisé pendant les congés d'été pour une ouverture avant la fin de l'année 2021. Un bel espace collaboratif de travail, d'échanges, de mutualisation, de recherche, de documentation réservé aux professeurs du primaire et du secondaire de la circonscription Auxerre-3.

Formations 2021



Malgré la pandémie actuelle, les deux journées de formation pour les PE du secteur de Puisaye ont été maintenues dans un cadre sanitaire strict et grâce au soutien notamment, de Nathalie Hutin, conseillère pédagogique de la circonscription. Deux thématiques ont été proposées :

- les rituels en mathématiques : activités mentales, la trace écrite, des outils de conception, images, vidéos, tours de magie
- les activités ludico-attractives

Fonds documentaire

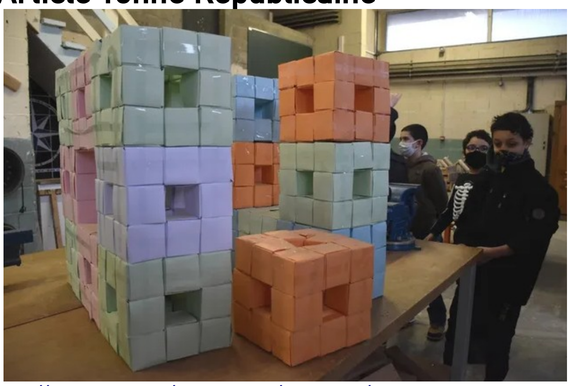
Depuis le mois de décembre 2020, le laboratoire construit une banque de revues, brochures consultables en format papier au laboratoire. Vous trouverez ci-dessous une liste des reliures disponibles :

- Le petit Archimède
- Le jeune Archimède
- Accromaths (revue canadienne)
- Le petit Vert, bulletin de l'APMEP de Lorraine
- la série Maths Express

- Maths Ecole, revue québécoise correspondant au cycle 3
- Brochures de l'IREM
- les BD d'Anselme Lanturlu de Jean-Pierre Petit
- La feuille de vigne de l'IREM de Dijon
- Les p'tits fascicules

et bien d'autres encore à découvrir au laboratoire !

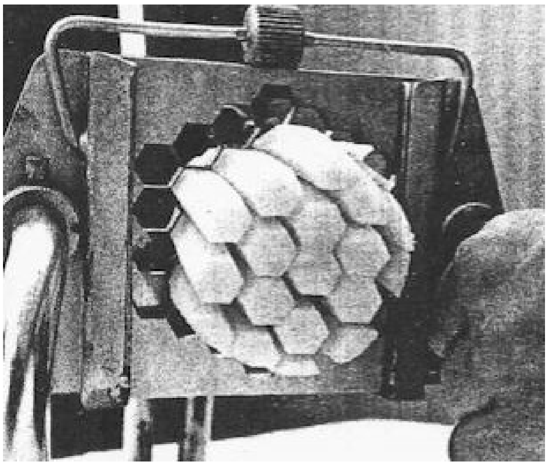
Article Yonne Républicaine



https://www.lyonne.fr/toucy-89130/actualites/une-fractale-geante-en-3d-realisee-par-des-collegiens-de-toucy_13913118?fbclid=IwAR3f255cxWw6v3JtYVRLCuMj247fqkFCsTunY22gLXAddeuh32zUs26JOp8

Image des maths

Quel est le point commun entre les abeilles et les frites ?



Une des branches capitales des mathématiques se nomme l'optimisation. De nombreux phénomènes sont régis par des lois modélisées par des formules mathématiques. L'homme a toujours cherché à atteindre un maximum (le plus grand profit, la plus grande surface,…) ou un minimum (la plus courte distance entre deux points, le nombre minimum de personnes atteintes par une maladie,…). La nature, elle aussi, par souci d'économie, a tendance à optimiser.

La forme hexagonale des ruches des abeilles reste une véritable énigme actuelle. Certains scientifiques pensent que l'évolution de l'espèce l'a conduite à réaliser cette forme car c'est celle qui offre le moins de cire pour la conception en pavage. D'autres plus controversés affirment que les abeilles construisent des alvéoles circulaires qui sous l'effet de la chaleur et de la pression prennent cette forme hexagonale. D'autres insectes comme les guêpes utilisent également l'hexagone… et pourtant c'est bien connu, ni les abeilles, ni les guêpes n'étudient les mathématiques !

Et la frite alors ? Des scientifiques belges du centre de recherche en Hainaut et l'ISEP ont étudié très sérieusement la forme optimale des frites afin qu'elle soient les moins grasses possibles à la consommation. Leur résultat est sans appel ! Après les frites à base carrée, triangulaire, ou circulaire, celles hexagonales répondent au problème d'optimisation. Il ne restait plus qu'à trouver la machine à frite hexagonale…

Sources :

http://www.cellulegeometrie.eu/documents/pub/pub_08.pdf

https://cari.be/medias/abcie_articles/169_biologie.pdf

https://www.doc-developpement-durable.org/file/Elevages/apiculture/Fiches_Wikipedia/Alveole_d-abeille_Wikipedia-Fr.pdf

Voir le numéro 72 de la bibliothèque Tangente « maximum, minimum, optimum : l'art de faire au mieux »
https://www.infinimath.com/librairie/descriptif_livre.php?type=livres&theme=1&soustheme=1&ref=2957#article

MATHÉMAGIE EN CYCLE 3 (ET PAS QUE…)

Sébastien REB m'a fait le plaisir de proposer au retraité que je suis, la relecture de la centaine de précieuses fiches de mathémagie du Laboratoire de mathématiques de Toucy, et aussi de m'inviter à écrire pour votre revue "Médiane" un article sur ma passion appliquée au niveau cycle 3.

Mon passé de 40 ans de professorat me suggère que certains de mes jeunes ou moins jeunes collègues peuvent se demander ce que c'est qu'un tour de magie mathématique, alors, je ne pense pas inutile de commencer, afin de fixer les idées, par un exemple…

Le sesquimètre de la couturière.

De nos jours, dans les foyers, on trouve encore des rubans de couturière, même si les mamans ou les papas ont plus rarement que dans le passé le temps de confectionner des robes ou des pantalons après avoir réalisé un patron. Ce ruban souple qu'on appelle un « mètre » ou un « centimètre » de couturière, gradué de 1 à 150 sur les deux faces, et qui en fait mesure 1,50 mètre, il faudrait l'appeler « sesquimètre » car « sesqui » veut dire « un et demi ».

Le tour suivant nécessite autour d'un magicien deux spectateurs pourvus chacun d'un petit papier blanc, d'un crayon et d'un trombone, et bien sûr un « sesquimètre ».

Imaginez : vous êtes le professeur magicien, et vous vous proposez de faire un tour à deux de vos élèves.

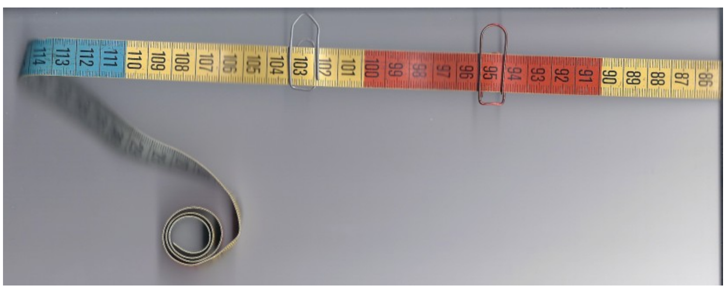
Vous inscrivez sur une feuille de papier le nombre 302 ; pliez la feuille, et placez-la en évidence sur la table en disant que vous faites une prédiction.

Demandez à votre premier élève de placer sur le « sesquimètre » son trombone à cheval, à l'endroit qu'il veut, et de noter sur son papier le nombre du ruban apparaissant sous son trombone, sur la face la plus claire du ruban (qui en a deux de couleurs différentes le plus souvent). Demandez à votre deuxième élève de faire de même avec son trombone et son papier. Repassez le sesquimètre au *premier* élève et demandez-lui de noter le nombre qui apparaît de l'autre côté (sur la face la plus sombre) du trombone du *deuxième* élève, sur l'envers du ruban. Repassez le sesquimètre au *deuxième* élève et demandez-lui de noter le nombre qui apparaît sur l'envers du trombone du *premier* élève. Demandez à vos deux élèves de faire maintenant l'addition des deux nombres qu'ils ont chacun sur leur papier.

Prenez une feuille de papier, demandez à vos élèves de dévoiler les deux résultats, d'écrire ces deux nombres et de les additionner (faire le total des deux totaux !).

Déployez votre prédiction : c'est le même total : 302 !

Comment avez-vous fait ?



- Observez sous un trombone les deux nombres écrits sur le ruban l'un sur l'extérieur, l'autre sur l'intérieur : la numérotation de 1 à 150 est inversée sur les faces intérieure et extérieure du ruban. Vérifiez que le total de deux nombres sur les faces opposées du ruban est toujours 151 (en cm) : 150+1 = 149+2 = 148+3 =…= 60+91, etc.

Deux trombones conduisent à additionner deux fois 151, donc à obtenir 302. Le croisement des nombres à ajouter (l'endroit de l'un des trombones, l'envers de l'autre) permet que tout le monde ne trouve pas 151, et que le « truc » du tour ne soit pas évident trop vite…

Ce petit tour pourra donner des idées aux élèves pour répondre à des questions qu'on leur posera en cours de maths au moment de la leçon sur les suites arithmétiques : quel est le total de tous les nombres entiers de 1 à 200, c'est à dire combien fait 1+2+3+…+198+199+200 ?

Si vous imaginez cette somme écrite horizontalement en deux lignes l'une sous l'autre :

- une fois en valeurs croissantes
- et l'autre fois en valeurs décroissantes

(Ceci comme les deux faces opposées du ruban de tout à l'heure)…,

alors vous pouvez remarquer verticalement des additions de deux nombres qui donnent toutes 201 (car 1+200=2+199=3+198 …), comme tout à l'heure les deux nombres de part et d'autre d'un trombone donnaient le même total. Vous voyez 200 verticales de même somme 201, mais le total d'une seule ligne n'en fera que la moitié, soit 100 fois 201.

Conclusion : la somme des nombres de 1 à 200 est 20 100.

Vous voilà paré(e), que vous soyez prof ou élève, pour affronter en classe la leçon sur la somme de termes d'une suite arithmétique ! **Si vous êtes prof**, les 2 faces du sesquimètre doivent vous permettre de justifier le parachutage des écritures inversées des 2 lignes, et le trombone justifie l'addition constante de 2 nombres. Si vous objectez qu'un cours sur la somme des termes d'une progression arithmétique n'est pas au programme du cycle 3, je vous dirai d'abord qu'il faut jouer plus collectif. Vous le prof, vous êtes un maillon dans une chaîne de collègues, et en faisant ce tour au cycle 3 vous donnez des images mentales à vos élèves qui peuvent leur servir plus tard chez vos collègues du lycée (l'intuition qu'on a à 16 ans peut être la mémoire d'un vécu à 12 ans). Je vous dirai ensuite que **ce tour peut être le départ de nombreuses séances de calcul mental réfléchi au niveau cycle 3, et de l'apprentissage d'une utilisation intelligente d'une formule (l'acquisition d'une réflexion préalable à son application, ce qui leur servira toute leur vie).**

Voici donc maintenant une série de tours de calcul mental sur ce thème des suites arithmétiques, c'est-à-dire des nombres qui se suivent en progression régulière, par exemple de 1 en 1, ou de 5 en 5. C'est aussi bien sûr un entraînement au calcul réfléchi.

- Ajouter des nombres consécutifs…

Voici **un premier tour** très facile à réaliser même pour les plus jeunes :

« 20 à la file »

Déroulement :

- Je tends une feuille de papier et un crayon à un élève. Je lui demande d'écrire verticalement une grande addition de 20 nombres entiers consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent de 1 en 1 comme les nombres 3, 4, 5), ceci à l'écart de mes yeux…
- Je lui demande s'il a fini, s'il y a bien vingt nombres…
- Je viens vérifier.
- J'écris alors tout de suite en dessous des vingt nombres le total de leur addition !

Voici trois exemples :

7	11	23
8	12	24
9	13	25
10	14	26
11	15	27
12	16	28
13	17	29
14	18	30
15	19	31
16	20	32
17	21	33
18	22	34
19	23	35
20	24	36
21	25	37
22	26	38
23	27	39
24	28	40
25	29	41
26	30	42
= 330	= ?	= ?

Comment réussir ce tour ?

Prenons l'exemple ci-dessus à gauche. Imaginez que j'écrive l'addition en ligne, et non en colonne, des vingt nombres de deux façons : la première en présentant les nombres augmentant de 7 à 26, et la deuxième en les présentant diminuant de 26 à 7.

7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26 = mon total

26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7 = mon total

Maintenant si j'additionne les deux membres de gauche des deux égalités ci-dessus je trouve un nombre qui vaut deux fois mon total. Mais je m'aperçois que je peux additionner les quarante nombres de gauche en les regroupant verticalement deux par deux : 7+26, 8+25, 9+24, … jusqu'à 24+9, 25+8, 26+7. Chaque addition de deux nombres donne 33, et il y a vingt additions de la sorte ; leur total donne donc 33 ◈ 20. Cependant ceci représente deux fois mon total donc celui-ci est seulement égal à 33 ◈ 10 soit 330.

Conclusion : pour réussir le tour il me suffit d'additionner de tête le premier et le dernier des vingt nombres puis de placer un zéro à droite du résultat. Ainsi : 7+26 = 33, on place un zéro à droite, le total est 330.

Pour le deuxième exemple ci-dessus : 11+30 = 41, on place un zéro à droite, le total est 410. ***A vous de trouver seul(e) le total des vingt nombres de l'exemple ci-dessus à droite***.

Deuxième tour (du même genre mais plus personnalisé avec l'âge de votre élève).

Déroulement :

- Je tends une feuille de papier et un crayon à la personne qui veut bien jouer avec moi.
- Je lui demande son âge
- 13 ans
- Bon alors, tu vas écrire pendant que je me retourne 13 nombres entiers qui se suivent (le même nombre d'entiers que son âge). Tu commences à partir de n'importe quel entier que tu choisis comme tu veux… C'est fait ?
- Je reviens voir et j'écris le total des 13 nombres…

6	9	5	14
7	10	6	15
8	11	7	16
9	12	8	17
10	13	9	18
11	14	10	19
12	15	11	20
13	16	12	21
14	17	13	22
15	18	14	23
16	19	15	24
17	20	16	25
18	21	17	=
= 156	22	18	
	23	= 161	
	=		

Comment réussir le tour ?

En imaginant les additions « en ligne » des nombres deux fois comme précédemment (une fois en augmentant, une fois en diminuant, l'une en dessous de l'autre), on a encore des additions verticales de deux nombres qui donnent le même résultat.

Comme pour le tour précédent il faut ajouter le premier nombre et le dernier nombre, mais ce résultat sera multiplié par l'âge (et non forcément par 20) pour donner deux fois le total cherché. Le travail sera plus difficile que de mettre un zéro à droite !

Il faudra donc multiplier par l'âge et diviser par 2 le total des nombres extrêmes. Ce qui revient à faire la moyenne des nombres extrêmes et la multiplier par l'âge. Selon les cas on fera cette division par 2 à la fin ou plus tôt pour faciliter les calculs.

Dans l'exemple ci-dessus à gauche :
6+18 = 24, ce total est pair donc facile à diviser par 2 ; moyenne = 24 / 2 = 12 ; de 6 à 18 il y a treize nombres (attention 18 – 6 = 12 mais il y a un nombre de plus que d'intervalles entre les extrémités, 12+1 = 13). Total final : 12 x 13 = 156.

Pour cette dernière opération de tête, vous pouvez songer que 13 = 10+3, donc 10 fois 12 donne 120 de plus 3 fois 12 donne 36, d'où 120+36 = 156.

Etudions maintenant le troisième exemple ci-dessus à partir de la gauche :

- de 5 à 18 il y a combien de nombres ? 18 – 5 = 13 ; 13+1 = 14
- combien vaut le total des extrêmes 5 et 18 ? 23
- le total étant impair, il vaut mieux diviser par 2 le nombre de nombres : 14 / 2 = 7
- le total final est 23 × 7 = 161.

Essayez seul (e) pour l'exemple ci-dessus à droite…

Dans le cas où l'âge est un nombre impair, il y a une astuce supplémentaire !

En effet il y a alors un nombre qui est au milieu de tous les autres. Dans l'exemple de gauche avec 13 nombres de 6 à 18, le nombre 12 est au milieu, il y a six nombres plus petits (6, 7, 8, 9, 10, 11) et six nombres plus grands (13, 14, 15, 16, 17, 18). De plus ce nombre situé au milieu est la moyenne des nombres extrêmes (12 est la moyenne de 6 et 18). Vous pouvez donc repérer le nombre écrit au milieu et vous dispenser de calculer la moyenne des nombres extrêmes.

Comment savoir vite s'il y a un nombre au milieu ? Cela arrive à chaque fois que l'âge de la personne qui joue avec vous est impair, vous le savez donc avant que les nombres soient écrits ! Ainsi pour 13 ans vous savez de suite qu'il suffira de repérer le nombre écrit au milieu des treize nombres et de le multiplier par 13.

Essayez seul (e) pour le deuxième exemple ci-dessus à gauche (où votre ami a 15 ans)…

Troisième tour :

les cases en V.

Déroulement du tour :

- je demande à mon ami de me dire un nombre impair (donc finissant par 1 ou 3, 5, 7, 9)
- je dessine sur une feuille de papier autant de cases que le nombre indiqué, présentées sous forme de V. Par exemple pour 11 cases, celle située en bas du V sera la sixième, ce sera la seule sur sa ligne (pour trouver son numéro, ajouter 1 au nombre impair et diviser par 2 ; ainsi 11+1 = 12 et 12 / 2 = 6).
- je demande à mon ami de choisir un nombre entier de départ, de l'écrire en cachette de mes yeux dans la case la plus à gauche, puis de remplir de proche en proche, de gauche à droite, toutes les cases du dessin du V en ajoutant 1 d'une case à l'autre.
- A-t-il fini ?
- je reviens vers mon ami et sa feuille et j'écris instantanément un nombre
- je mets dans les mains de mon ami une calculatrice et je lui dicte tous ses nombres écrits en V, qu'il doit ajouter
- je lui fais vérifier qu'on arrive au total que j'avais écrit instantanément, et prédit.

7										17
	8								16	
		9						15		
			10				14			
				11		13				
					12					

10														24
	11												23	
		12										22		
			13								21			
				14						20				
					15				19					
						16		18						
							17							

Comment réussir le tour ?

Il suffit d'appliquer ce qui a été expliqué au deuxième tour pour un nombre impair de nombres écrits. La disposition en V a l'avantage de faire voir de suite au magicien quel est le nombre du milieu. Il reste à le multiplier par le nombre de cases du V.

Dans le premier exemple (nombres de 7 à 17), le nombre du milieu est 12 et vous avez dessiné 11 cases ; vous calculez 12 × 11 = 132. (Je rappelle que 11 fois 12 c'est 10 fois 12 donc 120, auquel on ajoute une fois 12, d'où 120+12 = 132).

Essayez seul (e) pour le deuxième exemple ci-dessus. (Nombres de 10 à 24).

Beaucoup d'autres tours de ce genre, sur ce thème, sont possibles, par exemple avec des croix de nombres, centrées ou non, avec 4 axes, etc. ; à vous d'être imaginatifs pour renouveler la curiosité de vos élèves dans vos séances régulières de calcul mental.

Revenons sur **l'apprentissage d'une utilisation intelligente d'une formule :**

Les expériences précédentes permettent, dès le cycle 3 (et sans utilisation de notations compliquées avec numéros de termes, ou indices trompeurs) de trouver, découvrir puis formaliser un résultat intéressant :

« Quand vous additionnez des nombres en progression arithmétique leur total peut être trouvé facilement par **une formule : (1er terme + dernier terme) x (nombre de termes)/2.**

Selon les exercices on apprend à s'organiser en calculant d'abord la moitié du nombre de termes, ou la moyenne des termes extrêmes, ceci pour faciliter la division par 2.

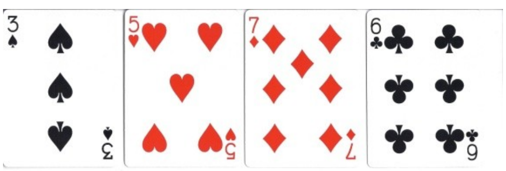
Qu'est-ce donc qu'un tour de mathémagie ?

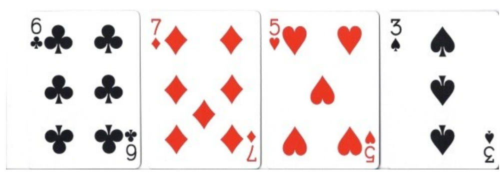
L'exemple précédent montre que c'est un tour qui réussit automatiquement, grâce aux mathématiques, et non à une habileté de prestidigitateur. Pour un prof c'est aussi un tour qui permet de faire des mathématiques de façon ludique, de donner des images mentales de notions scientifiques, et sur ce tour particulier de développer de bonnes relations avec les nombres, de les rendre sympathiques…

Après ce premier exemple, tiré de ma besace qui comporte, sur des thèmes variés, un millier de tours pas seulement numériques, mais géométriques, topologiques, logiques, je voudrais vous montrer des éclairages mathémagiques du thème de la symétrie.

A) Symétrie ou non ?

1°) Aiguisons notre sens de l'observation avec des jeux de cartes ordinaires du commerce, côté faces…





Les 4 cartes ci-dessus à gauche, si on les tourne de 180° autour de leur centre, ne se présenteront pas de la même façon (regardez sur la droite). Le dessin de chacune de ces cartes est dissymétrique, de façon plus ou moins rapide à observer (nombre de points différents dans les moitiés de carte haute ou basse comme pour le 7, ou position d'un symbole central cœur, pique ou trèfle orienté vers le bas ou le haut pour les autres cartes). On peut utiliser cette dissymétrie dans des tours simples de magie, dont le premier tour donnera le principe…

Tour n° 1 : « Silence on tourne »

Matériel

Il y a beaucoup de cartes dissymétriques dans un jeu de 52 cartes, cherchez-les ! Dans les jeux habituels, les cartes à points impairs ont souvent cette propriété, par exemple le neuf de pique se présente avec 5 piques à l'endroit (pointe dirigée vers le haut) et 4 à l'envers si l'on tient cette carte d'une certaine façon, mais si on la tourne, avec 4 piques pointés vers le haut et 5 vers le bas.

Déroulement

Imaginons un magicien qui a fabriqué un paquet avec les piques, cœurs ou trèfles impairs de son paquet, rangés tous avec plus de pointes vers le haut que vers le bas… Il fait choisir et tirer une carte de ce paquet par un spectateur… Il tourne d'un demi-tour son paquet pendant que sa victime regarde sa carte, et quand le spectateur remet celle-ci, elle se trouve à l'envers avec ses pointes en majorité vers le bas. Il sera facile pour le magicien en regardant le jeu de trouver la carte choisie.

2°) Intéressons-nous maintenant au dos des cartes. Le tour suivant sera à faire avec un complice, mais nécessite aussi d'avoir **un jeu de cartes à dos dissymétriques**, c'est à dire des cartes dont on peut reconnaître par leurs dos si elles ont été retournées de 180 degrés. Exemple, ces 2 sortes de cartes ont des dos dissymétriques :

dans ce sens…

ou dans l'autre ?

Tour n° 2 : « Le compère »

Préparation

Le magicien est venu avec un ami (qui sera son compère), après avoir préparé 16 cartes selon la même orientation : par exemple pour le jeu « la Poste » les 16 cartes affichent les mots « la Poste » à l'endroit, aucune ne les affiche à l'envers.

Déroulement

Le magicien donne ce paquet à battre à un spectateur, qui étale les 16 cartes en 4 rangées de 4, faces visibles. Le magicien déclare pouvoir communiquer par pensée avec son ami, à qui il demande de sortir de la pièce.

Le spectateur est invité à toucher du doigt une des 16 cartes. Le magicien retourne les cartes faces cachées (prétextant de rendre à son ami le travail plus difficile), puis demande à son ami de revenir, et celui-ci donne instantanément le nom de la carte sur laquelle le spectateur avait mis le doigt.

Comment expliquer ce miracle ?

Un peu de mathématiques : les positions des 16 cartes peuvent se voir attribuer un nombre ou une lettre selon le tableau suivant (T=trèfle, K=carreau, C=cœur, P=pique) :

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
T	K	C	P

Un peu d'astuce… Le magicien va, en mettant les cartes faces cachées en positionner deux (le plus souvent, mais une parfois) avec la mauvaise orientation (dos tourné de 180 degrés par rapport aux dos des autres cartes). Son ami va les (ou la) repérer facilement.

La position de l'une des cartes mal orientée donnera la famille : T pour trèfle, K pour carreau, C pour cœur, P pour pique (rangée du bas).

La position de l'autre carte donnera la valeur de 1 à 10, ou 11 pour valet, 12 pour dame. Si aucune des cartes de 1 à 12 n'est mal orientée (et donc s'il n'y a qu'une carte mal orientée, sur la ligne du bas indiquant les familles), c'est que la carte à trouver est un roi.

Le compère du magicien doit bien sûr avoir parfaitement mémorisé le code pour retrouver rapidement le nom de la carte (mais il ne saura pas où elle se cache parmi les 16 cartes faces cachées).

Génial, non ? Songez bien que la carte touchée n'est pas a priori celle dont le dos doit être mal orienté, et que deux cartes sont le plus souvent mal orientées et non une, tout cela rendant plus difficile pour le spectateur de déceler l'astuce du magicien…

En plus d'utiliser le contraste symétrie/dissymétrie, un prof sera heureux de faire avec ce 2e tour une initiation au repérage par coordonnées et codage…

B) Un tour de cartes pour jeu arrangé en miroir…

Appelons **cartes jumelles** des cartes de même valeur, de même couleur, mais de familles différentes : ainsi 7C(cœur) et 7K(carreau) sont jumelles rouges ; 10T(trèfle) et 10P(pique) sont jumelles noires. Si nous notons par la même lettre minuscule des cartes jumelles le paquet des cartes suivantes 5K-8T-10P-9C-5C-8P-10T-9K sera alors de la forme **abcdabcd**. Ce dernier paquet sera dit **cyclique**, car la succession abcd revient dans cet ordre plusieurs fois périodiquement. Considérons le paquet 5K-8T-10P-9C-9K-10T-8P-5C : il est de la forme **abcddcba**, on dira qu'il est **en miroir**, en imaginant une symétrie par rapport à un axe vertical situé au milieu du paquet (ici entre les deux lettres d), et on dira aussi qu'il est **en palindrome** (il peut se lire aussi bien de gauche à droite que de droite à gauche).

Il est facile, même si l'on ne manipule pas les cartes habilement, de transformer un jeu cyclique en un jeu en miroir. Il suffit de peler une à une la moitié des cartes du paquet. Par exemple, pour le paquet abcdabcd tenu en main droite, vous faites glisser en main gauche, grâce à votre pouce gauche, la carte a, puis la carte b par dessus, la carte c par dessus, la carte d par dessus, et vous posez sur ces 4 cartes pelées le paquet abcd qui vous restait en main droite. Vous obtenez alors les cartes dans l'ordre abcddcba. Pour un paquet cyclique de 2 fois 6 cartes, il faudrait faire 6 pelages successifs pour obtenir votre jeu en miroir. Ainsi à partir des cartes suivantes placées faces cachées, de haut en bas : 1, 2, 3, 4, 5, 6 de cœur, 1, 2, 3, 4, 5, 6 de carreau, vous obtenez après 6 pelages : 1K, 2K, 3K 4K, 5K, 6K, 6C, 5C, 4C, 3C, 2C, 1C qui est un paquet de 12 cartes en miroir pour les valeurs de 1 à 6.

Si vous faites distribuer ce paquet par un spectateur, carte après carte en deux piles alternativement, faces cachées, vous obtenez un paquet constitué à partir du haut ainsi : 2C, 4C, 6C, 5K, 3K, 1K, et l'autre paquet ainsi : 1C, 3C, 5C, 6K, 4K, 2K.

Vous constatez que les cartes jumelles sont en ordre inversé dans ces paquets.

Plus fort, si vous replacez ces deux paquets de 6 cartes l'un sur l'autre dans n'importe quel ordre, et si vous redistribuez les 12 cartes en deux piles alternativement, carte après carte, les deux paquets obtenus continueront à être classés en ordre inverse l'un de l'autre pour leurs valeurs jumelles. Par exemple vous obtiendrez pour l'un : 4K, 5C, 1C, 3K, 6C, 2C et pour l'autre : 2K, 6K, 3C, 1K, 5K, 4C. La qualité « être un jeu en miroir » se conserve dans une telle distribution de cartes en 2 paquets alternativement.

Tour n° 3 : « Le dé cubique »

Déroulement

Le magicien a constitué un jeu en miroir avec les 12 cartes précédentes, sans que le spectateur s'en aperçoive. Il distribue alternativement en 2 paquets de 6 cartes. Il va utiliser aussi un dé cubique ordinaire (faces de 1 à 6).

Le spectateur choisit un des 2 paquets ; il jette le dé : le numéro sorti sert à trouver, en comptant à partir du haut de son paquet, une carte qui est mise de côté sur la table, pour l'instant face encore cachée.

Le magicien demande au spectateur de bien vouloir retourner son dé et de donner la valeur écrite sur cette face de dessous : on l'utilise pour trouver une nouvelle carte, en comptant, à partir du haut, cette fois-ci dans l'autre paquet. On la met à côté de celle choisie précédemment, on les retourne ensemble… Surprise : ce sont deux cartes jumelles !

Le tour s'arrête là, on ne s'occupe pas de faire les autres paires de jumelles.

Explication

Nommons a, b, c, d, e, f les valeurs des cartes. Numérotons la position des cartes, dans chaque paquet, du haut (n°1) vers le bas (n°6).

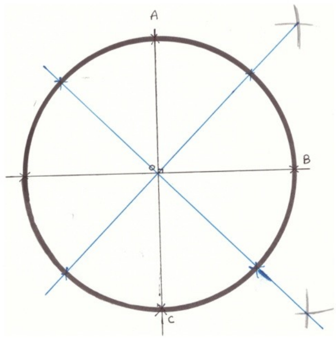
Paquet N°1							Paquet N°2					
a	b	c	d	e	f		f	e	d	c	b	a
1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6

La somme des faces opposées d'un dé courant est toujours 7 = 1+6=2+5=3+4.
Si vous ajoutez les numéros des cartes jumelles dans les deux paquets arrangés en miroir, vous constatez que c'est aussi 7.
Par exemple pour la lettre « a » on obtient 1+6 = 7, pour la lettre « b » c'est 2+5 =7, etc.

Le dé permet de remplacer l'inversion d'ordre des valeurs dans les deux paquets par une formule : celle de passage du numéro dans la première pile d'une certaine valeur, vers le numéro de la même valeur dans la deuxième pile. Si on appelle x la position d'une valeur dans la première pile (avec x entre 1 et 6), et y la position de la même valeur (c'est à dire de la carte jumelle), dans la deuxième pile, la formule est : $y = 7-x$.

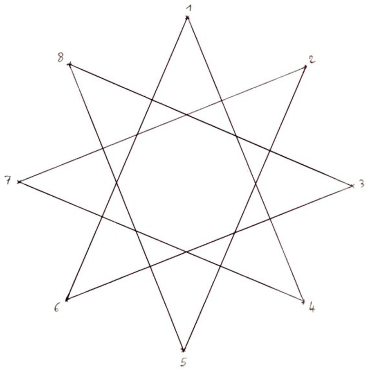
C) Découpages basés sur l'existence d'axes de symétrie

On commence par faire faire un peu de dessin à un élève. Il s'agit :
- d'utiliser une équerre pour tracer 2 droites perpendiculaires en un point qu'il note O
- de dessiner un grand cercle de centre O, sur lequel il a marqué 4 points aux intersections avec les 2 droites, dont trois notés A, B et C (voir la figure)
- de tracer 2 arcs de cercle de centre soit A soit B qui vont se couper en un point qu'on joindra au point O par une droite, laquelle coupera le cercle en 2 nouveaux points
- de tracer 2 arcs de cercle de centre soit B soit C qui vont se couper en un point qu'on joindra au point O par une droite, laquelle coupera le cercle en 2 nouveaux points.



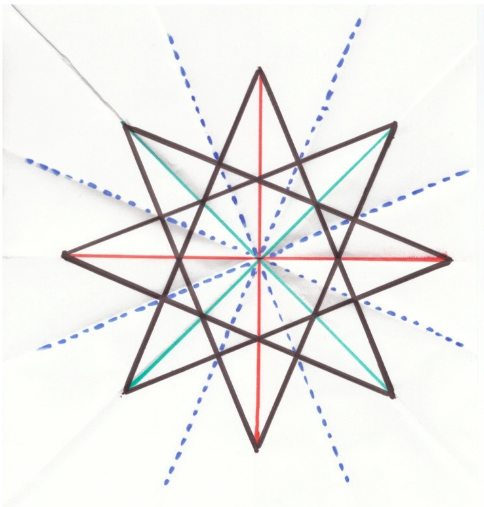
On obtient ainsi 8 points sur le cercle qu'on numérote de 1 à 8.

On poursuit le travail :
- tracer les segments joignant les points une fois sur trois, c'est-à-dire en reliant 1 et 4, puis 4 à 7, 7 à 2, 2 à 5, 5 à 8, 8 à 3, 3 à 6, 6 à 1.
On obtient alors une étoile à 8 branches.

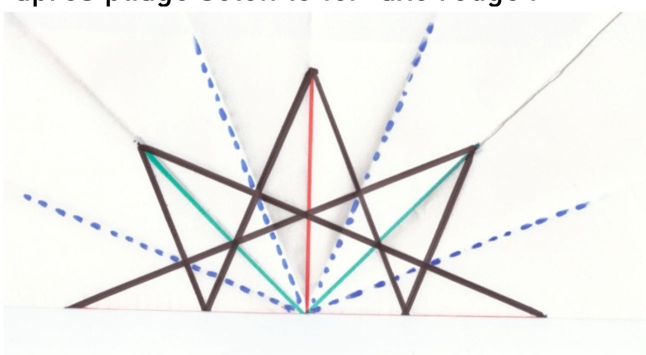


Tour n°4 : comment un magicien fait-il pour découper *d'un seul coup de ciseaux rectiligne* cette étoile à 8 sommets ?

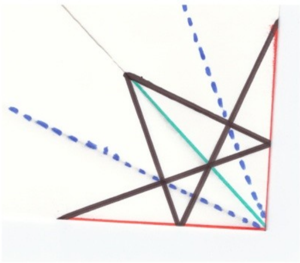
Dans un travail avec le prof un élève peut trouver tout(e) seul(e) qu'avec les 8 pointes de l'étoile, il existe 4 axes de symétrie, chacun passant par 2 pointes opposées. Sur la figure ci-dessous il y en a qui sont dessinés 2 en rouge et 2 en vert. Le prof ajoute qu'il y a 4 autres axes auxquels on pense moins, qu'il dessine en pointillés bleus, et que finalement il y a 8 axes de symétrie.



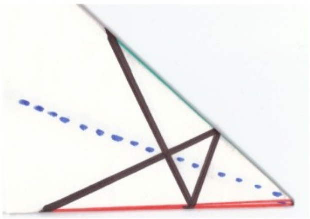
En première idée de découpage on pense : 2 coups par pointes, avec 8 pointes cela fera 16 coups de ciseaux. Puis : il faut utiliser des pliages grâce aux axes de symétrie.
D'abord 2 pliages selon les axes rouges, puis 1 selon un axe vert, et enfin 1 selon un axe bleu.
Voici les étapes…
-après pliage selon le 1er axe rouge :



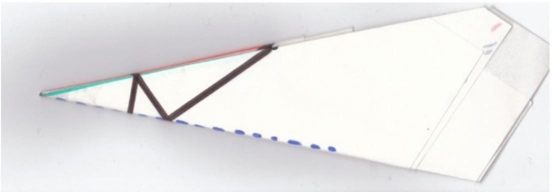
- après pliage selon le 2e axe rouge :



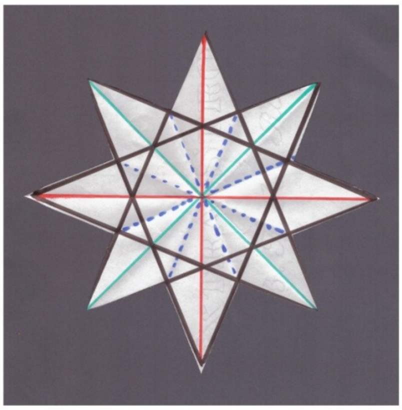
- après pliage selon l'axe vert :



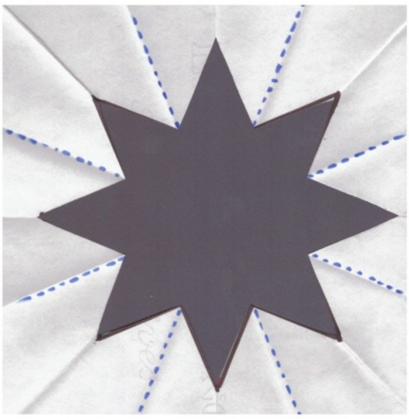
- après pliage selon l'axe bleu :



Il reste alors à découper selon la seule grande ligne noire : un seul coup de ciseaux !
Puis à déployer la pointe de papier en pliages superposés… Le résultat ?



Vous pouvez aussi apprécier le trou dans la feuille (le contour de l'étoile) :



Vous pourrez ensuite réfléchir au même défi de découpage d'un seul coup de ciseaux avec une étoile à 5 branches…

Ces 4 tours ne sont que des exemples de ce que j'ai réuni dans mon ouvrage format ePub « Tours de magie et symétries », qui comporte 106 pages.

Reposons nous la question : **Qu'est-ce donc qu'un tour de mathémagie ?**

L'exemple sur la symétrie montre que des activités mathématiques peuvent déboucher sur une exploitation sous forme de tour de magie, qui devient une sorte de récompense (la cerise sur le gâteau) après la réflexion menée et expérimentée… Passer de la magie aux maths (enquête scientifique pour décortiquer un tour), passer des maths à la magie (produire une distraction intelligente utilisant des résultats mathématiques) : ce sont les 2 activités favorites du mathémagicien.

Je vais me limiter dans cet article aux 2 thèmes présentés ci-dessus, mais j'espère que vous aurez, vous aussi, l'envie de prolonger l'aventure dans mes livres, et de faire en cycle 3 de la magie mathématique.

Je voudrais continuer maintenant par une sorte de **plaidoyer** en la faveur de l'utilisation de la mathémagie dans l'enseignement.

En France les professeurs des écoles sont le plus souvent des littéraires qui ont une certaine appréhension devant les mathématiques. Ils n'ont pas reçu une formation suffisante en cette matière pendant leurs études au lycée et au-delà, ni été bien formés sur la façon de l'enseigner, et ne peuvent pas compter sur une formation continue par les soins du Ministère.
Si, au contraire, le professeur pouvait prendre visiblement du plaisir à pratiquer avec ses élèves des activités mathématiques, évoquer leur beauté avec des yeux passionnés, cette envie de transmettre un bonheur serait ressentie par les élèves, qui aimeraient eux aussi être de la fête. Il faudrait aussi augmenter les horaires consacrés aux mathématiques, qui n'ont cessés de diminuer à cause de politiques qui ne reconnaissent pas leur valeur de structuration de la pensée et du raisonnement, de développement de l'imagination et de la créativité, et qui veulent les réduire à un rôle très utilitaire chez le citoyen consommateur.

Le professeur de mathématiques en collège peut réparer les carences du primaire, mais c'est plus difficile car les élèves sont plus vieux et ont peut-être intégré inconsciemment un passif.

Nos élèves sont avant tout des êtres humains. Il faut entrer en communication avec eux, à chaque cours de chaque jour, et garder leur attention. La magie mathématique a le don de surprendre, elle utilise la curiosité naturelle des enfants, et si les tours présentés les font rêver, alors de l'émerveillement jaillit l'envie de comprendre. Le tour que l'élève refait ensuite, devant des camarades ou en famille, après avoir organisé "dans sa tête" son déroulement, l'entraîne aussi à communiquer de mieux en mieux avec les autres, puis le valorise. La motivation pour s'investir dans la matière mathématique devient suffisante, les efforts suivent pour vaincre les obstacles, et les difficultés ne sont plus perçues comme insurmontables car l'on sait qu'à l'arrivée on aura acquis quelque chose, on éprouvera une satisfaction personnelle.

Si le professeur se sent trop juste en horaire légal pour faire des tours de mathémagie, il peut créer comme moi un club hebdomadaire. Je lui promets une grande fréquentation des élèves s'il est possible de le caser autour de midi pendant les temps libres autour des divers services successifs de repas à la cantine.

Je souhaite terminer avec un extrait d'un court article que m'avait demandé en 2019 l'APMEP, sur les apports de la mathémagie dans l'enseignement…

" **Dans le rapport Villani-Torossian** de 2018, au chapitre 6-2 sur les activités péri-scolaires le mot « magie » apparaît page 63 comme étant l'un des jeux intelligents pouvant enrichir les apprentissages mathématiques. La présence de ce mot est une petite reconnaissance de l'apport que des activités de magie mathématique peuvent réaliser dans l'enseignement des mathématiques. Cependant c'est une trop petite reconnaissance pour quelqu'un qui pendant les 40 ans d'une carrière de prof a réfléchi et travaillé pour essayer de relier les thèmes mathématiques des programmes scolaires avec une présentation sous forme de tours de magie mystérieux et excitants, susceptibles de motiver les élèves à s'investir davantage en maths, et qui a réussi à intéresser divers éditeurs pour arriver à faire sortir 10 livres « format papier » sur le sujet, allant du niveau cours moyen au niveau maths-sup avec pour cœur de cible le niveau collège.

En fin de cet article vous pourrez trouver quelques pistes utiles à ceux qui voudraient entrer dans ma réflexion et découvrir ma passion : liens vers des documents copieux et vidéos en accès gratuit. En effet la magie mathématique n'est soutenue par aucun lobby, son utilisation n'est poussée fidèlement par aucun éditeur, par aucune industrie marchande, par aucune Société savante, aucune Chapelle de pensée estampillée. Elle n'est prévue dans aucune formation officielle ou dans un cursus quelconque pour des professeurs de mathématiques ou des professeurs des écoles. Comment dans ces conditions faire entrer la mathémagie dans les clubs de jeux mathématiques ou les laboratoires de mathématiques recommandés par le rapport Villani-Torossian, puis la faire entrer dans la classe ? "

J'avais réalisé en 2017 à la demande de Monsieur Frédéric Jaeck **un dossier de 50 pages** pour le site CultureMath de l'Ecole Normale Sup. :

"**Apports de la mathémagie dans l'enseignement secondaire**".

J'y donnais mon point de vue sur ce que la mathémagie peut apporter dans notre enseignement. **Votre site du Laboratoire de maths de Toucy reprend ce dossier** où il est question à la fois du travail en club, et du travail en classe : dans ce cas il y est envisagé pour quelles utilisations et à quels moments des séances devant les élèves.

Je vous engage si vous ne l'avez pas encore consulté à aller y jeter un œil.

Ce dossier de 50 pages comprend de nombreux exemples détaillés justifiant mon propos, et quelques tours de magie décortiqués selon une démarche d'enquêteur scientifique. Dans son plan que je ne reprends pas ici, pour un enseignant le coeur du dossier est le point 3 "Utilisation en classe : quand, comment, pour quoi faire, à quels niveaux?" et le point 11 "Liste des thèmes mathématiques traités en tours de magie dans mes ouvrages" .

Ceux-ci pourraient être particulièrement utiles dans vos préparatifs pour la classe…

Néanmoins je souhaite insister encore rapidement ci-dessous sur quelques idées, sous forme de **plaidoyer pour la pratique d'activités de magie mathématique** avec des élèves…

J'ai connu un prof qui avait des résultats étonnants avec des élèves difficiles : il disait « avec eux je n'enseigne pas, je raconte, et là ils sont plus attentifs que jamais.»

Quand vous réalisez un tour de magie mathématique à des élèves, il y a une relation humaine qui se crée, qui sera ensuite au cœur de l'envie de comprendre, et de l'envie d'apprendre.

Pratiquer des tours de mathémagie conduit toujours à accroître sa créativité et son intelligence émotionnelle.

Préparer des tours de magie et leur déroulement développe le sens de l'organisation logique, et une habileté à appréhender un problème dans son ensemble et dans son détail. On peut aussi construire de ses mains un matériel particulier avec souvent simplement papier et crayon, et sans grand frais, en plus d'utiliser des objets de la vie courante comme des cartes pour réaliser des centaines de tours.

Présenter un tour devant un public entraîne à mieux communiquer et s'exprimer, tout en suivant une sorte d'algorithme sous-jacent.

Tout ce que je viens d'évoquer, ce sont des compétences qui servent dans la vie, ce n'est pas une conception datée de l'éducation.

La mode est de vanter l'informatique et l'enseignement numérique et de les valoriser au maximum, bien que les rois de la Silicon Valley se conduisent quand ils sont parents à faire étudier leurs enfants dans des établissements garantis sans écrans. J'ai connu dans ma carrière des responsables de l'éducation dont le principal souci était de défendre l'industrie informatique de fabrication française alors que le matériel n'était ni fiable ni vraiment concurrentiel. J'en ai connu d'autres dont le souci principal était de diminuer la présence et le poids des enseignants jugés souvent syndiqués et politisés, et donc de les remplacer au maximum par des machines. Les écrans permettent d'écouter, de voir, et de faire défiler des images, mais est-ce que cela éduque le cerveau à fonctionner au maximum de ses capacités ? Je crois davantage que les enfants apprennent en manipulant et en utilisant dans des activités leurs cinq sens et d'autres sens reconnus par les biologistes comme par exemple la représentation dans l'espace (je pense ici à des tours de topologie, ou avec des dés, des manipulations de casse-tête…).

La mathémagie est un sport complet que j'ai cherché à développer et faire connaître pendant mes 40 années de professorat, et dont je tente, à la retraite depuis 10 ans, dans un souci de transmission inter-générationnelle, de faire connaître les bienfaits à mes jeunes collègues enseignants.

En exemple vivant de ce qu'est la mathémagie avec des groupes d'élèves, je vous recommande **une vidéo de qualité**, de 35 min, réalisée par l'APMEP et l'IREM de Paris en mai 2019, lors de la remise des prix du Concours de créations de jeux maths, pendant laquelle j'ai réalisé des intermèdes mathémagiques:
https://video.irem.univ-paris-diderot.fr/videos/watch/bcf2c22b-dccb-4e67-a463-23a283460e08

D'autre part, je vous signale l'existence de **mon site Internet** :
club-math-and-magie-souder.jimdosite.com

(Vous y trouverez de nombreux documents et de nombreuses vidéos en accès gratuit, et de nombreux liens utiles, et aussi **ma bibliographie de livres édités format papier**).

Et je vous signale aussi la naissance et la diffusion de **ma collection numérique format ePub** à buts pédagogique et ludique, intitulée "Les références en Magie Mathématique", proposée à prix modiques. Sont déjà parus au format ePub :

- Tours de magie et symétries.
- Tours de magie et suites de Fibonacci
- Tours de magie, puissances de 2 et système binaire
- Tours de magie et systèmes de numération de bases 3 ou 4, ou bases négatives.
- Tours de magie et congruences
- "Tours de magie pour devenir un as en calcul mental" (162 pages)
- "Tours de magie expliqués par des bienfaits du calcul littéral" (114 pages).
- "Tours de magie et assemblages numériques jubilatoires" (126 pages)

Dans chaque livre numérique, tout est expliqué et reproductible à partir de 13 ans.
Ces 8 livres numériques format ePub sont disponibles dès à présent sur des plateformes célèbres et via Decitre: https://www.decitre.fr/rechercher/result/index/q/dominique%20souder

Enfin pour ceux qui souhaiteraient créer un club de jeux maths dans leur établissement, je leur signale qu'ils peuvent lire utilement mon livre « **Investissez pour un club de jeux maths : plaidoyer et souvenirs** » (152 pages en pdf) en accès libre sur le site de la FFJM :
https://ffjm.org/upload/fichiers/Articles/InvestissezPourUnClubDeJeuxMathsPlaidoyerSouvenirs.pdf

Bonnes lectures à toutes et tous ceux qui voudront partir dans cette aventure : s'étonner, rêver et comprendre les mathématiques grâce à la magie !

Bravo enfin au jeune Laboratoire de mathématiques de Toucy pour ses réalisations qui prouvent que cela bouge : cela rassure l'ancien que je suis, qui se trouvait bien seul pendant sa carrière. Heureusement j'y avais eu des satisfactions avec de nombreux élèves à qui j'avais mis le pied à l'étrier. Il faut croire comme Douglas Hofstadter (*) aux merveilleux pouvoirs de l'analogie. Certains de mes collégiens ont touché des droits d'auteurs à 12 ou 13 ans pour des articles que j'avais inspirés, puis fait publier dans la revue Hypercube. De même pour mes lycéens dont le plus célèbre est l'écrivain passeur de mathématiques Mickaël Launay, qui ne manque pas de dire qu'il me doit sa vocation. J'ai co-écrit avec lui 2 livres de défis pendant sa scolarité au lycée Valin de La Rochelle, et il m'a aidé à animer pendant plusieurs années le stand mathémagie du Salon de la culture et des jeux mathématiques du CIJM sur la place Saint Sulpice à Paris. Ce stand a été un tremplin pour qu'il devienne ensuite l'auteur de merveilleuses vidéos de vulgarisation mathématique sur sa chaîne micmaths.com de youtube. Je suis certain que le Laboratoire de Toucy aidera des professeurs à devenir aussi, bientôt, des inspirateurs de nombreux talents scientifiques, je lui souhaite une longue vie, et je souhaite beaucoup de moments conviviaux et ludiques à tous ceux qui le fréquentent.

(*) : Douglas Richard Hofstadter, né le 15 février 1945, est un universitaire américain, surtout connu pour son ouvrage Gödel, Escher, Bach : Les Brins d'une Guirlande Éternelle (1979), qui obtint le prix Pulitzer de l'essai en 1980.

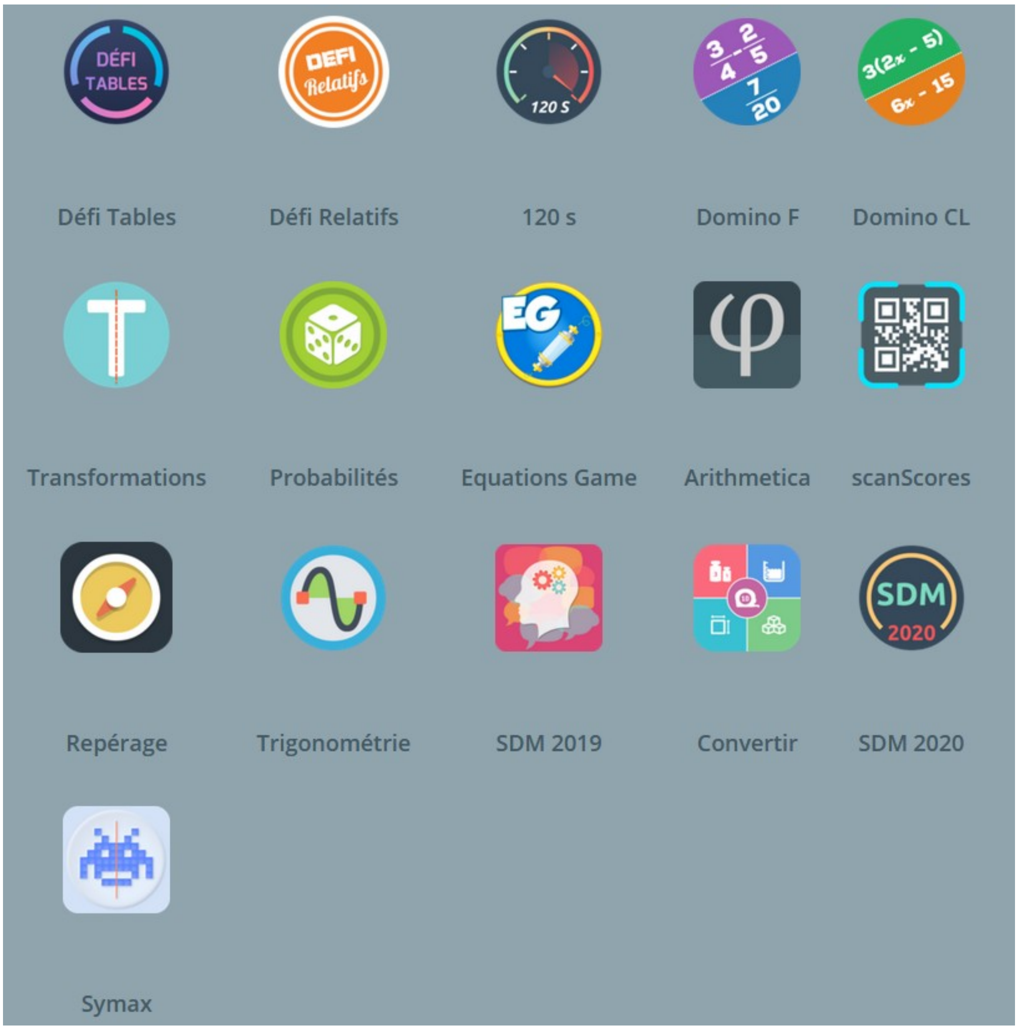
Dominique SOUDER
Professeur de mathématiques retraité
Ancien rédacteur en chef de la revue Hypercube

La magie des tables

Se réconcilier voire s'émerveiller de nouveau avec les tables de multiplication de notre enfance souvent rébarbatives et pour certains difficiles à retenir, c'est possible en changeant de point de vue. Rappelons cette belle sérénade que celle des tables de multiplication : 2x3, 6, 4x9, 36, 8x7,... le plus dur à retenir...56 ! Cette répétition nécessaire à la construction des automatismes qui fondent les bases du calcul mental n'est pas toujours agréable à apprendre. De nombreuses méthodes visent à construire des procédés de mémorisation des tables de multiplication. L'enjeu ici n'est pas d'introduire de telles procédures mentales mais plutôt de reprendre les tables dans d'autres contextes : géométrique, cryptographique ou magique afin de leur donner un sens plus ludique et attractif !

Apprendre les tables par le jeu ?

Une pléthore d'applications pour tablettes et smartphones concernant les tables sont téléchargeables gratuitement sur les différents stores. Certaines académies comme celles de Dijon développent leurs propres applications à destination des enseignants et de leurs élèves. Christophe Auclair, professeur de mathématiques à Sens, est le développeur de ses applications comme Défi Tables ou 120 s où le calcul mental est à l'honneur.

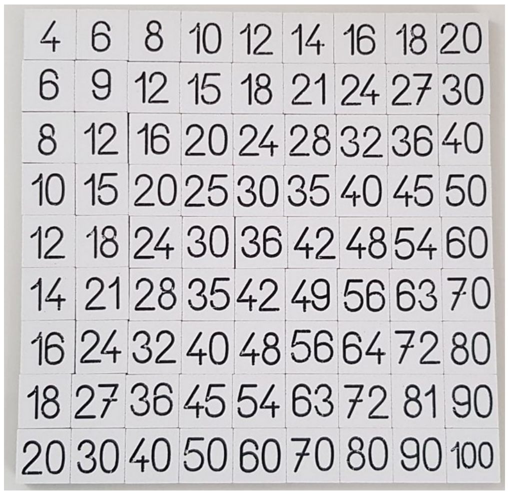


- Défi Tables est un exerciseur portant sur les tables de multiplications de 2 à 13. Constitué de six exercices paramétrables, il permet un apprentissage progressif et ludique des tables, et propose un suivi des progrès effectués.

- 120 s est un exerciseur portant sur les 4 opérations. Le but du jeu est de répondre correctement à un maximum de calculs en 2 minutes. A chaque fois que le score passe à la dizaine supérieure, le niveau augmente et les calculs sont un peu plus compliqués (apparition de la division, nombres plus grands, etc.).
Pour de plus amples renseignements :
http://mathematiques.ac-dijon.fr/spip.php?article196#196

L'impact ludique sur les élèves et leurs apprentissages est indéniable aujourd'hui et accroît de manière non substantielle la motivation et l'intérêt porté aux mathématiques. De nombreux jeux voient le jour comme dé#multiplié qui permet de réviser ses tables de multiplication en se confrontant aux adversaires.

Ce jeu utilisant les tables de multiplication se joue à trois : deux joueurs A et B et un arbitre. A et B s'affrontent sur 5 parties consécutives. Voici les règles du duel :



<u>Partie 1 :</u>
- Le joueur A choisit la table (ex : la table du 7)
- L'arbitre lance un dé

ex :

- Le 1er joueur qui donne le bon résultat gagne la manche (ex : 7x5=35)
- L'arbitre lance encore 4 fois le dé. Le joueur qui marque le plus de points dans les 5 manches gagne la partie 1

<u>Partie 2 :</u>
- Le joueur B choisit la table (ex : la table du 3)
- L'arbitre lance le dé 5 fois, la règle est la même que la partie 1

<u>Partie 3 :</u> Le joueur A choisit la table

<u>Partie 4 :</u> Le joueur B choisit la table

<u>Partie 5 :</u> L'arbitre choisit la table pour les deux joueurs

Le gagnant est celui qui a gagné le plus de parties.

A devient l'arbitre et l'arbitre devient B. Il y a donc 3 matchs. Celui qui gagne ces deux matchs est déclaré vainqueur de la table !

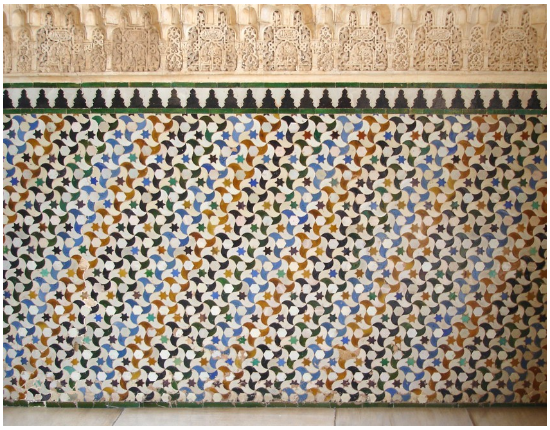
<u>Règles supplémentaires :</u>
- Un même joueur n'a pas le droit de choisir deux fois de suite la même table.
- L'arbitre peut choisir une table déjà donnée par les deux autres joueurs.
- En cas d'égalité, on rejoue le coup.

<u>Variantes :</u>
- Les tables vont de 2 à 10 mais peuvent aller de 1 à 12 voire plus.
- Les matchs peuvent s'effectuer avec deux dés et dans ce cas il faut faire la somme des deux dés :

ex : si on choisit la table du 5
le joueur doit annoncer 40 car 8x5=40 8=6+2 avec les deux dés.
La répétition est ici facilitée par l'enjeu de gagner, par la compétition entre élèves. La différenciation est naturelle à l'issue de telles séances et la stigmatisation autour de l'erreur est atténuée car la validation s'effectue entre pairs. Les échanges lors des ces duels (quelques fois arbitrés par un tiers) développent des compétences psycho-sociales réutilisables au sein d'une séance : savoir écouter les autres, respecter une règle du jeu, apprendre par ses erreurs,... sont autant de capacités attendues pour bien réussir en mathématiques. Apprendre donc par le jeu et notamment ses tables de multiplication permet in fine la création des automatismes tels les briques élémentaires du calcul mental.

ZELLIGES

Un zellige est constitué d'un carreau de faïence en terre cuite et permet la réalisation de mosaïques, de pavages dans l'art maghrébin (Maroc, Algérie, Tunisie,...) en les assemblant de manière géométrique et symétrique. Les plus illustres ornements de zelliges se situent à Fès sur les mosquées Karaouyne et celles des Andalous (XIe siècle).



Celles de l'Alhambra à Grenade (XIVème siècle) en sont un héritage direct. De nos jours, les zelliges sont utilisés à d'autres fins, comme élément de décoration intérieure, dans de nombreux logos publicitaires, dans la vaisselle et le mobilier d'habitat. Ces motifs arabo-andalous peuvent se construire entre autres à partir d'une base carrée et suivant un protocole géométrique précis. De nombreux exemples sont consultables sur internet. Au collège, la construction de zelliges met en évidence certains éléments du programme comme les transformations géométriques au cycle 4. Le changement de contexte en faisant des mathématiques en construisant est un fixateur indéniable de la concentration, de la motivation chez les élèves. Prendre un autre point de vue accroît le sens donné aux mathématiques à travers l'art.

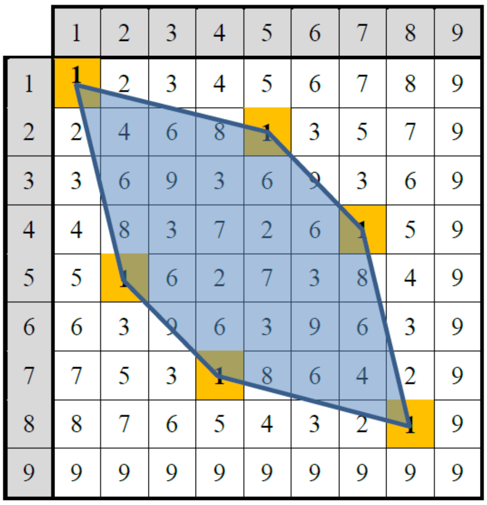
Les zelliges pythagoriciennes, des tables artistiques ?
Les tables de multiplication, édifices essentiels au calcul mental automatisé et réfléchi, sont très souvent rassemblées dès le primaire dans une table dite de Pythagore, tableau carré à double entrée et base géométrique de futurs zelliges.

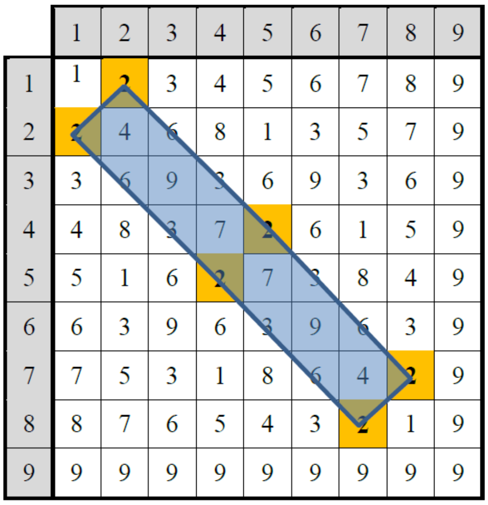
A l'intersection de la ligne n et de la colonne p, est calculé le produit np. On effectue ensuite la somme des chiffres qui composent ce produit jusqu'à obtenir un seul chiffre entre 1 et 9. Par exemple : 6x8=48 puis 4+8=12 et enfin 1+2=3. A la ligne 6 et la colonne 8, on écrit le chiffre 3.
<u>Définition :</u> on appelle **racine numérique** d'un nombre entier le chiffre ainsi obtenu. Il correspond au reste de la division euclidienne du nombre entier par 9.
Ex :
$$\begin{array}{r|l} 48 & 9 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

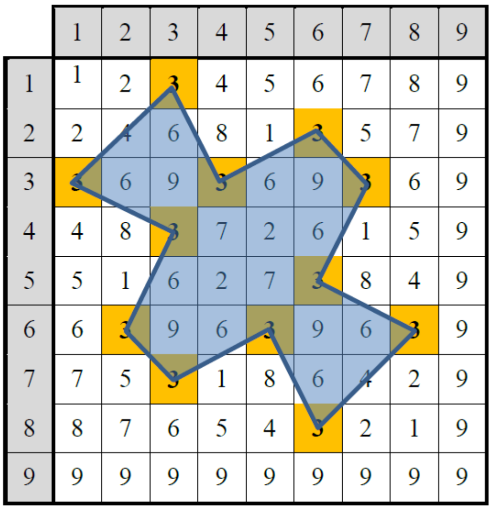
x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

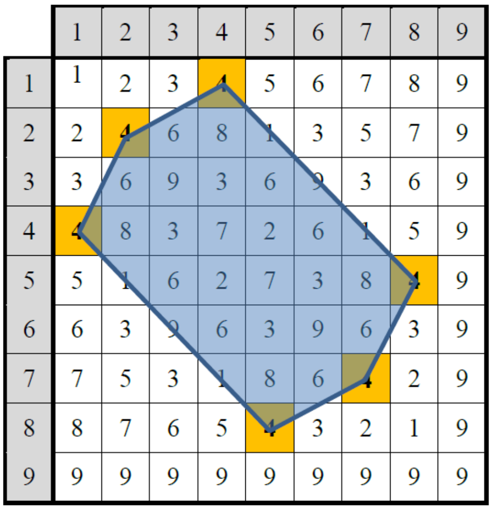
La table de Pythagore se trouve ainsi transformée en un tableau contenant uniquement les chiffres de 1 à 9 (on peut très facilement démontrer qu'obtenir 0 est impossible). Chaque zellige est alors construit en reliant tous les chiffres identiques dans la table. Pour le 1er zellige, on relie tous les chiffres 1 (le centre des cases représentant le point à relier). Pour le second, on relie tous les chiffres 2, pour le 3ème, tous les chiffres 3, etc. Une exception cependant pour le chiffre 9, on omet les chiffres 9 sur le contour à droite et en bas et on ne relie que ceux du centre de la table afin d'obtenir un carré.

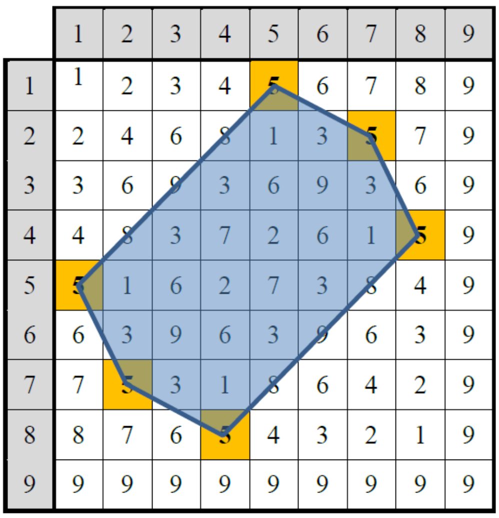
Zelliges multiplicatives

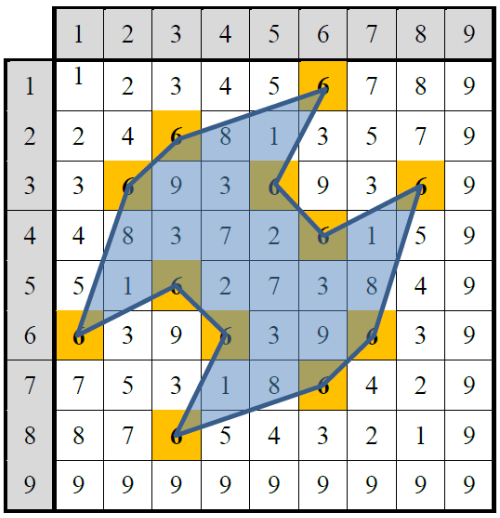


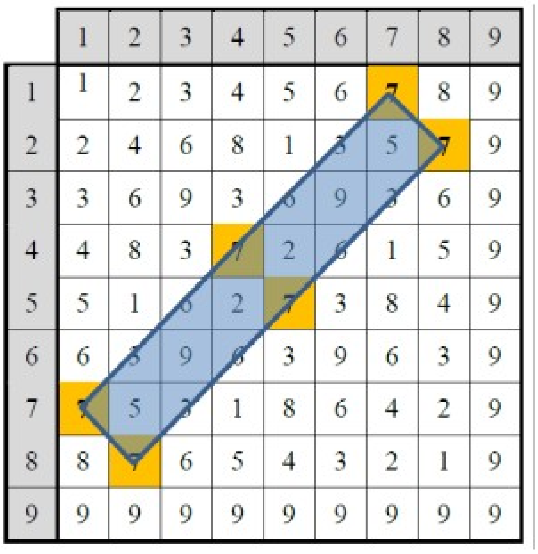


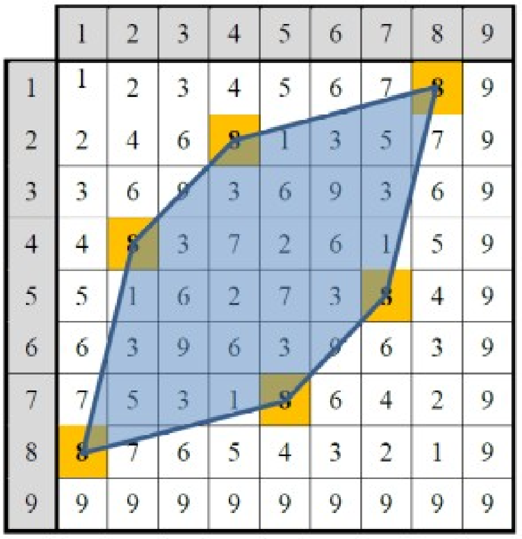




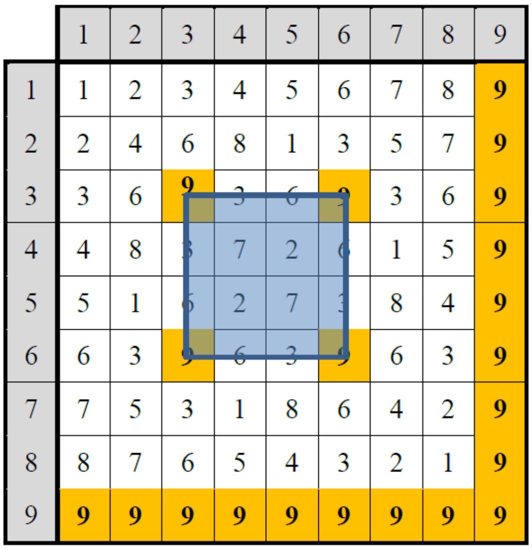








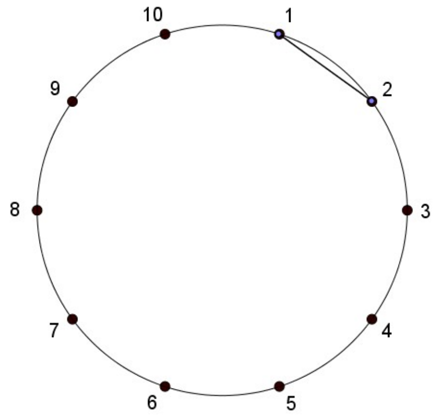
La symétrie de la table de Pythagore suivant sa diagonale induit directement un axe de symétrie à chaque zellige au minimum. Les zelliges 5,7 et 8 s'obtiennent par rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre (sens rétrograde en trigonométrie) à partir respectivement des zelliges 1,2 et 4. Les zelliges 3 et 6 pourraient suivre ce même schéma mais il a été choisi une autre construction de sorte que le zellige 6 s'imbrique dans le zellige 3 afin de réaliser plus aisément des mosaïques. Un atelier peut s'inscrire facilement dans une progression annuelle au collège alternant, phase de calcul, construction géométrique, assemblage et réalisation de frises , de pavages.

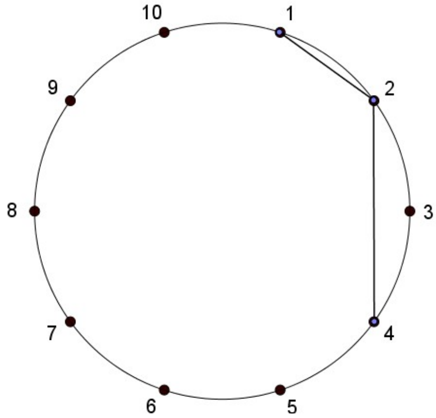


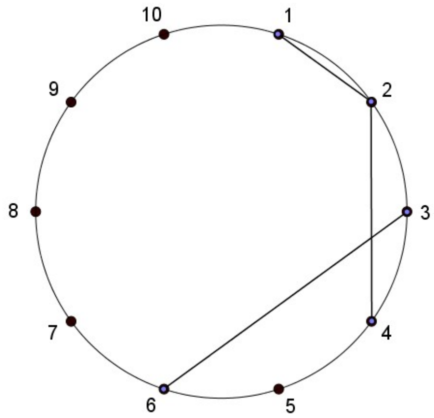
TABLES DANS UN CERCLE

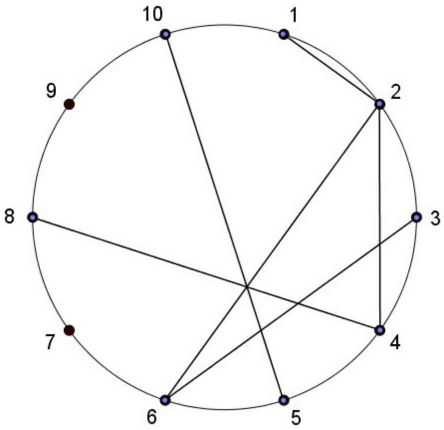
Cette construction originale de zelliges dévoile ainsi une face cachée de nos tables de multiplication comme celle proposée par Mickaël Launay sur sa chaîne Micmaths (voir : https://www.youtube.com/watch?v=-X49VQgi86E) dans un cercle. Ces représentations artistiques témoignent de la richesse de concepts basiques comme les tables de multiplication et peuvent nous réconcilier voire nous émerveiller avec ces dernières : des mathématiques contemplatives, attractives, inspirantes et concrètes au service des apprentissages fondamentaux.

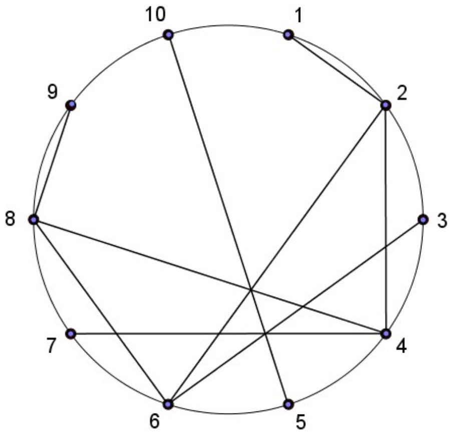
Voici un modèle pour la table du 2 :
Dessinons un cercle avec 10 points numérotés de 1 à 10. On relie par un segment le chiffre de départ et le résultat dans la table.
Ex : **1**x2=**2** donc le **1** est relié au **2**
2x2=**4** donc le **2** est relié au **4**
3x2=**6** donc le **3** est relié au **6**
Et ainsi de suite…
Si le résultat dépasse 10, voici comment procéder :
6x2=12 donc le 6 est relié au **2** (on ne garde que le chiffre des unités du résultat)
On finit la figure quand on arrive à **9**x2=18 (voir ci-dessous)



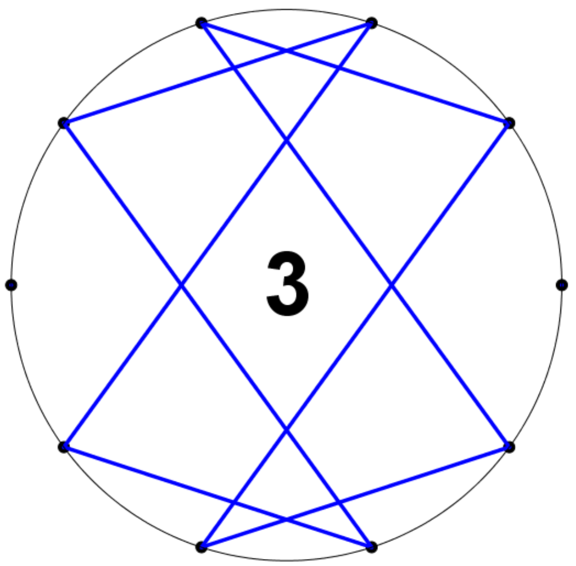


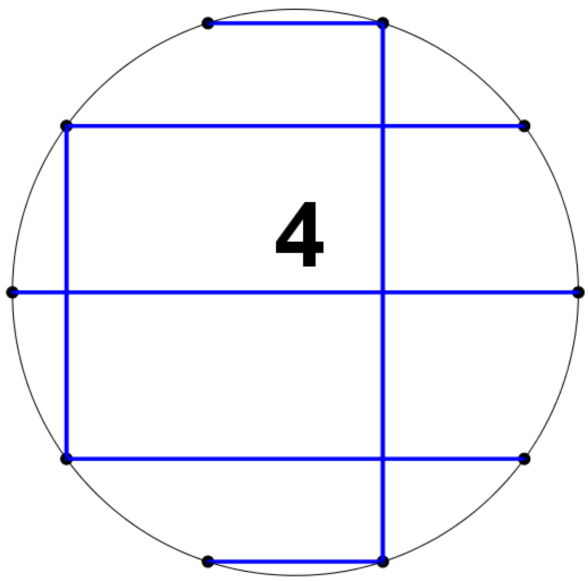




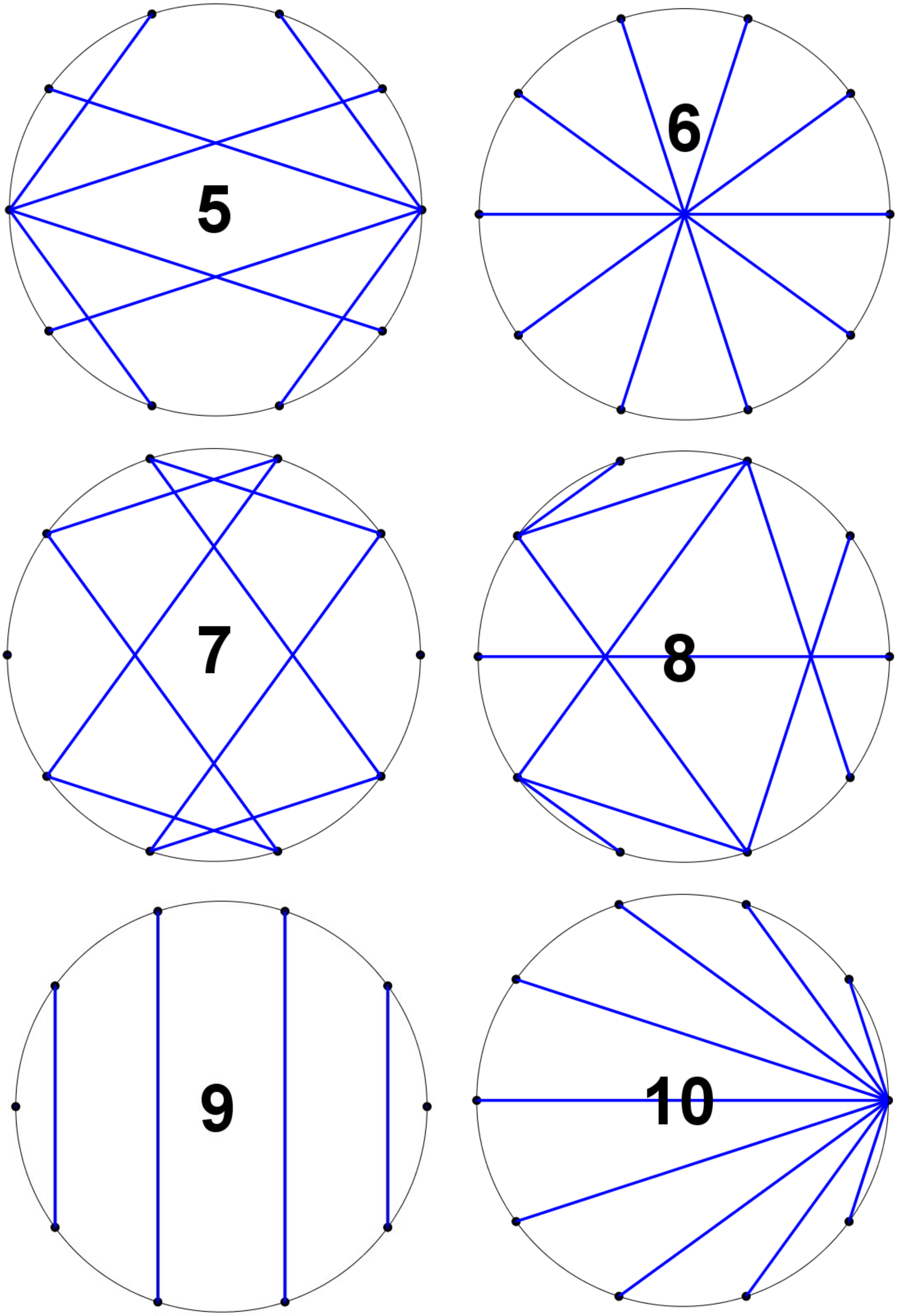


Que se passe-t-il pour les autres tables ? Quelles figures obtient-on ? Y a-t-il des caractéristiques communes à toutes ces figures ? Nous prendrons l'axe 5-10 horizontal pour les prochaines figures :





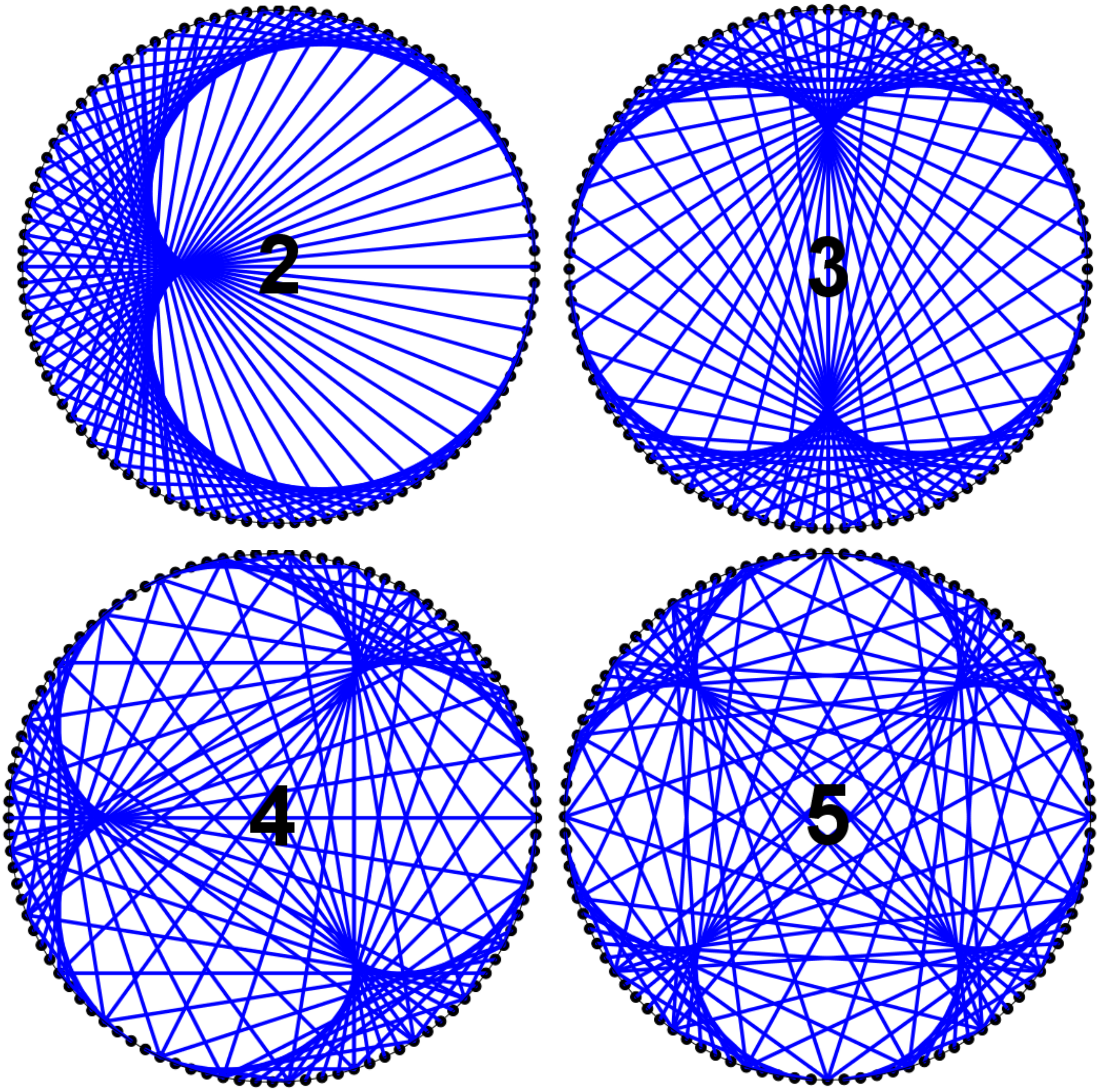
Ces figures symétriques par rapport à l'axe 5-10 offrent des images mentales surprenantes des tables de multiplication. On retrouve certains critères de divisibilité de manière visuelle comme celui par 5 où les points 5 et 10 aspirent les autres points. On constate également que les tables du 3 et du 7 sont similaires géométriquement. Comment l'expliquer ? Pour la table du 6, on obtient 6 diamètres concourants au centre du cercle, la table du 9 offre, elle des cordes parallèles.



Revenons aux tables du 3 et du 7. La géométrie de ces tables démontre une correspondance étonnante des figures obtenues bien que dans l'apprentissage classique des tables vues à l'école, cette similitude soit omise car sans doute insoupçonnée !
4x3=1**2** et **2**x7=1**4** donc dans les deux tables, le **2** est relié au **4**
On peut toujours ainsi associer deux résultats des deux tables :

1	x	3	=	3	1	x	7	=	7
2	x	3	=	6	2	x	7	=	14
3	x	3	=	9	3	x	7	=	21
4	x	3	=	12	4	x	7	=	28
5	x	3	=	15	5	x	7	=	35
6	x	3	=	18	6	x	7	=	42
7	x	3	=	21	7	x	7	=	49
8	x	3	=	24	8	x	7	=	56
9	x	3	=	27	9	x	7	=	63

Si on augmente le nombre de points sur le cercle, les figures deviennent de magnifiques objets artistiques. Tout repose alors sur l'arithmétique modulaire. Pour 20 points, si un produit vaut 42, on fait 2 tours (2x20) plus 2. Voici les figures obtenues avec 100 points :



Et ainsi de suite. On remarque aisément que le nombre de pétales est égal à la table moins 1 ! Pour la table du 2, la figure obtenue s'appelle une cardioïde. Les tables dans un cercle sont des témoins indéniables de la beauté des mathématiques ! Et dire que ce ne sont que des tables…

CRYPTOGRAPHIE – LE CARRE DE POLYBE

Polybe, historien grec de l'antiquité, relate ce chiffrement par substitution mono-alphabétique. Ce codage consiste à remplacer une lettre de l'alphabet par un nombre en utilisant une table de Pythagore restreinte comme ci-dessous :

x	2	3	4	5	7
4	8	12	16	20	28
5	10	15	20	25	35
6	12	18	24	30	42
7	14	21	28	35	49
8	16	24	32	40	56

x	2	3	4	5	7
4	A	B	C	D	E
5	F	G	H	I	J
6	K/L	M	N	O	P
7	Q	R	S	T	U
8	V	W	X	Y	Z

Pour coder un mot, il suffit de remplacer chaque lettre par son nombre :

MATHEMATIQUES devient 18 8 35 20 28 18 8 35 25 14 49 28 28

On remarque qu'un nombre peut substituer deux lettres différentes. En fin de cycle 4, si on associe un tel codage à une fonction, on dirait que 28 à deux antécédents E et S. Ce qui peut rendre très intéressant le décodage. Voici un exemple que le lecteur pourra traduire :

12 28   18 8 35 20 28 18 8 35 25 16 25 28 24   28 28 35   49 24 28   18 8 16 20 25 24 28

8   35 21 8 24 28 10 30 21 18 28 21   12 28   16 8 10 28   28 24   35 20 28 30 21 28 18 28

Indice : on doit cette jolie maxime mathématique à Paul Erdös.
On peut évidemment modifier à loisir une telle table voire l'agrandir si on y inclut la ponctuation, si on différencie les majuscules des minuscules et si on tient compte des accents. Les tables de multiplication, grâce au codage et au décodage sont ainsi révisées dans les deux sens, garant ainsi d'une meilleure appropriation pour les élèves, tout en leur offrant un cadre attractif. Retrouver le message codé est un défi personnel pour chaque élève donc un moteur pour les apprentissages !

LA TABLE DE MULTIPLICATION MAGIQUE

Pour clôturer cet article, je vous propose un tour de mathémagie utilisant les tables de multiplication, présent dans les ressources du laboratoire de Toucy :

Matériel : La table de multiplication affichée pour le magicien et une feuille, un crayon et une calculatrice pour le spectateur.

Déroulement du tour : Le magicien affiche un tableau carré 5x5 de 25 nombres, prépare une prédiction dans une enveloppe fermée et demande au spectateur de choisir 5 nombres au hasard de sorte qu'il n'y ait qu'un seul nombre coché par ligne et par colonne. Le magicien demande ensuite de faire le produit de ces 5 nombres.
Le spectateur donne le résultat et le magicien ouvre son enveloppe. La prédiction correspond à la somme calculée par le spectateur !

Exemple : voici une grille :

6	15	12	18	9
18	45	36	54	27
14	35	28	42	21
16	40	32	48	24
20	50	40	60	30

Le spectateur fait le produit $12\times18\times42\times24\times50=10\,886\,400$ avec la calculatrice et c'est la prédiction du magicien !

Explication : Tout repose sur la table de multiplication suivante :

x	2	5	4	6	3
3	6	15	12	18	9
9	18	45	36	54	27
7	14	35	28	42	21
8	16	40	32	48	24
10	20	50	40	60	30

En choisissant un seul nombre sur chaque ligne et chaque colonne, on obtient le produit de tous les nombres écrits sur la 1ère ligne et ceux de la 1ère colonne, soit ici :
$3\times4\times9\times2\times6\times7\times3\times8\times5\times10=10\,886\,400$
On peut générer autant de table que l'on veut de ce type avec ce principe. Le magicien retient simplement le produit magique.
Preuve avec du calcul littéral :

x	a	b	c	d	e
f	af	bf	cf	df	ef
g	ag	bg	cg	dg	eg
h	ah	bh	ch	dh	eh
i	ai	bi	ci	di	ei
j	aj	bj	cj	dj	ej

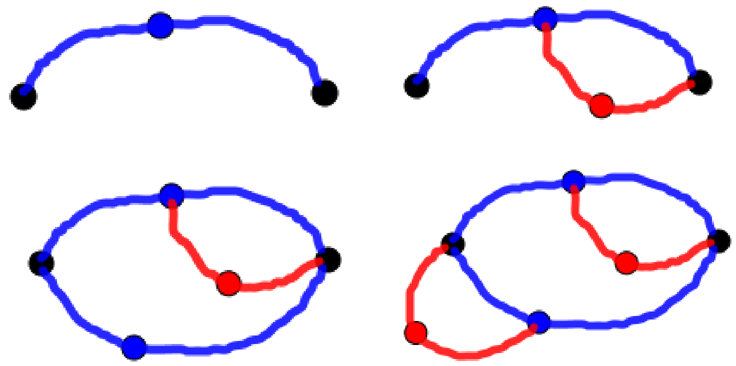
Par exemple : $bf\times dg\times ah\times c\,\mathrm{i}\times ej=a\times b\times c\times d\times \mathrm{e}\times f\times g\times h\times \mathrm{i}\times \mathrm{j}$

Variantes : On peut faire des grilles 3×3 ou 4×4 ou $n\times n$ comme on veut

x	6	2	3
4	24	8	12
1	6	2	3
5	30	10	15

Sébastien REB
Professeur de mathématiques
Collège Pierre Larousse à Toucy

JEU DE MATHS
LE SPROUTS



Inventé dans les années soixante par John Conway et Michael Paterson à l'université de Cambridge, le jeu du sprouts est très facile à mettre en place dans une classe pour introduire la notion d'algorithme. L'intérêt est de débattre des stratégies gagnantes qui sont loin d'être évidentes même avec deux points de départ ! La recherche sur ce jeu a beaucoup avancé grâce notamment au travail reconnu de deux mathématiciens français.
Il existe une association sur le jeu de sprouts, la World Game Association of Sprouts : http://www.wgosa.org/
Un championnat du monde est même organisé ! Depuis 2004, le mathématicien russe Roman Korkhov est champion du monde.

Variante
On peut partir avec 3, 4, 5, etc. points de départ
Le brussels sprouts ou jeu des choux de Bruxelles est une variante intéressante à faire découvrir et où il existe une stratégie gagnante !

Compléments
Voici une sitographie pour aller plus loin :
- http://villemin.gerard.free.fr/aJeux1/Societe/Chou.htm
- l'article de Jean-Paul Delahaye dans Pour la science : http://cristal.univ-lille.fr/~jdelahay/pls/173.pdf
- http://images.math.cnrs.fr/Savez-vous-planter-les-choux.html

Notions utilisées
Algorithmique

Niveau
A partir du cycle 2, un enfant de 6 ans comprend les règles sans souci

Matériel
papier et crayons de deux couleurs différentes

Nombre de joueurs
Un contre un

Durée d'une partie
Environ 5 min ; peut se jouer en plusieurs manches

Déroulement d'une partie
2 points sont placés au hasard sur une feuille. Le 1er joueur (bleu) relie les 2 points par un arc puis place un point sur cet arc. Le 2ème joueur (rouge) relie deux des 3 points sur le dessin par un arc et place un point sur cet arc.
Deux règles à respecter :
- à partir d'un point, il ne peut partir plus de 3 arcs
- les arcs ne peuvent se croiser

Le joueur qui ne peut plus jouer a perdu !

Activités préparatoires
Travailler des algorithmes simples avec les élèves en manipulant : lego, kaplas, tour de Hanoï, etc…

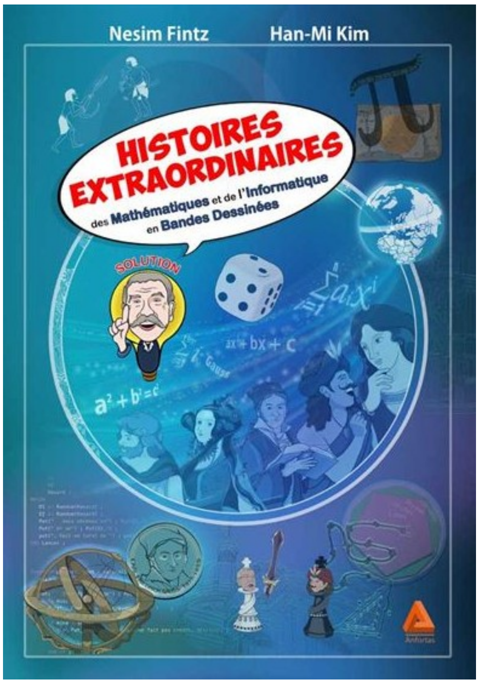
DES MATHS À LIRE

Mamut Savant est une collection de bandes dessinées consacrée aux mathématiciens et scientifiques célèbres. Quatre BD sont déjà disponibles :

- GAUSS le prince des mathématiques
- ARCHIMEDE le meilleur mathématicien de l'antiquité
- EMMY NOETHER passion pour les mathématiques
- GALOIS le mathématicien rebelle

Cette série recèle d'anecdotes historiques que l'on peut raconter ensuite à nos élèves. A la fin de chaque BD, deux rubriques : exercices mathématiques et le savais-tu. De formidables ouvrages de vulgarisation très faciles à lire pour nos élèves et leur permettant de découvrir des personnages illustres des maths !
https://mamutcomics.com/fr/mamut_listo.html

Histoires extraordinaires des mathématiques et de l'informatique en bandes dessinées – Nesim Fintz et Han-Mi Kim



- Carl Friedrich Gauss ou comment calculer la somme de 1 à 99
- Le jeu d'échecs : qui l'a inventé ?
- Ada Lovelace la pionnière du langage informatique
- Le nombre pi, qui est le premier à en donner la valeur ?
- Antoine Gombaud tricheur ou matheux ?
- La corde à 13 nœuds, qui l'a inventée ?
- Eratosthène et son prodigieux calcul du tour de la Terre
- Venise et l'élection de son doge : quand le hasard vient au secours de la démocratie
- Les équations : qui a trouvé les premières solutions ?
- Didon Elissa : qui a créé une ville avec une peau de bœuf ?

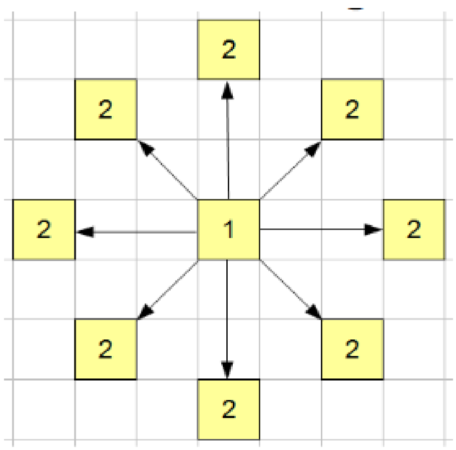
Autant de planches de BD à insérer dans notre enseignement pour enrichir nos pratiques.
https://www.actuabd.com/Histoires-extraordinaires-des-mathematiques-et-de-l-informatique-en-BD

LE PB DU BULLETIN 2
LE CARRE 100

Il s'agit d'un casse-tête dans un carré 10x10 suivant un algorithme de remplissage des nombres de 1 à 100.

Algorithme :

- on place le chiffre 1 où l'on veut dans le carré
- on place le chiffre 2 suivant les déplacements ci-dessous autorisés :



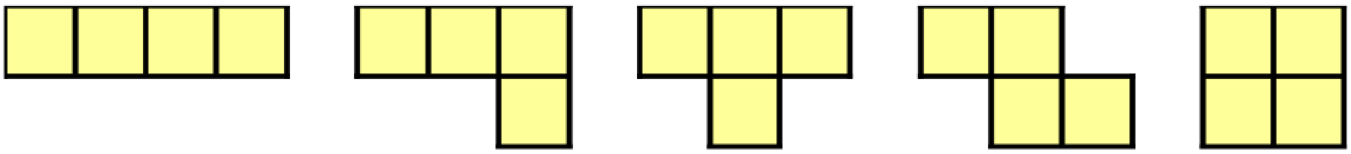
Et ainsi de suite jusqu'à remplir entièrement le carré 10x10 !
Voici un exemple avec comme maximum atteint 92 :

1	43	22	2	44	23	3	45	24	4
32	61	13	33	54	14	34	55	15	35
21	76	69	85	77	70	86	78	71	46
12	42	53	62	88		63	89	25	5
31	60	92			84	72	56	16	36
20	75	68				87	79	64	47
11	41	52	83	91			90	26	6
30	59	19	74	58	18	73	57	17	37
51	82	67	50	81	66	49	80	65	48
10	40	29	9	39	28	8	38	27	7

QUESTION : Pouvez-vous faire mieux ? Vos réponses par mail à labo.m.toucy@gmail.com

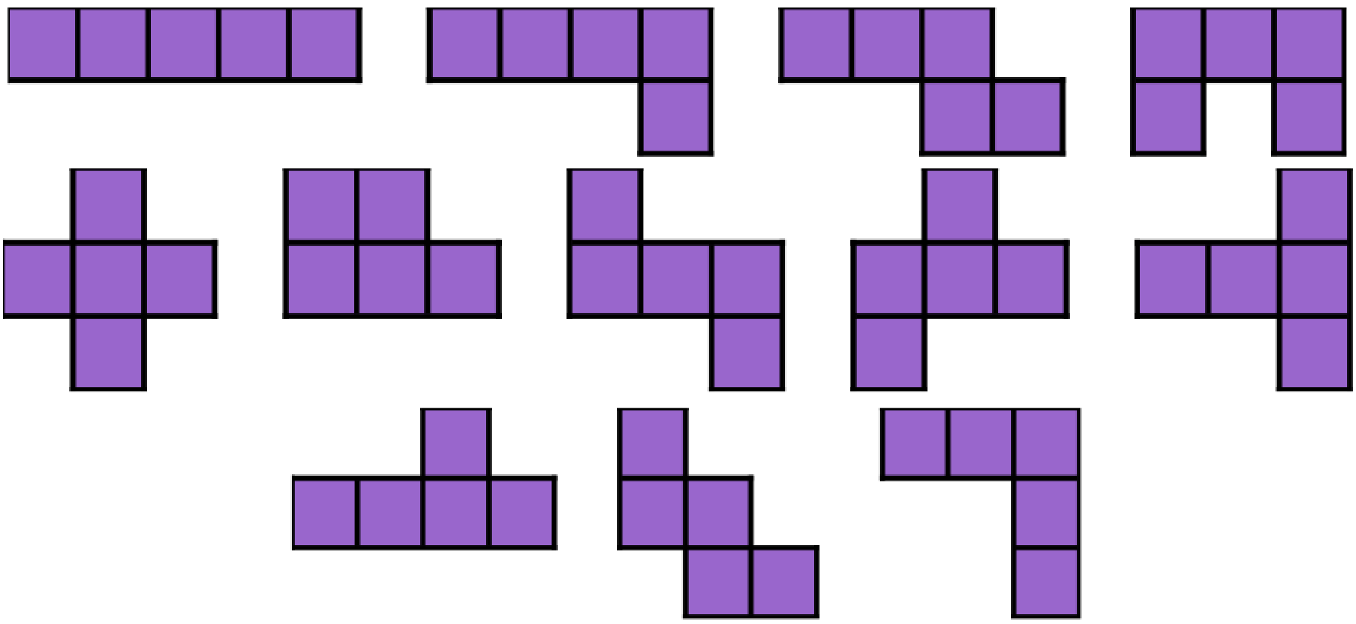
LE PB DU BULLETIN 1
LES CARRÉS CONNEXES

QUESTION 1
Combien existe-t-il de tétraminos c'est-à-dire de figures différentes avec 4 carrés connexes? Que remarquez-vous ?



Il y a 5 tétraminos différents si on considère qu'ils sont réversibles (sinon 7). Ce sont les pièces du jeu Tétris !

QUESTION 2
Combien existe-t-il de pentaminos c'est-à-dire de figures différentes avec 5 carrés connexes?



Il y a 12 pentaminos. Dans la littérature mathématique, on donne souvent le nom d'une lettre à certains pentaminos. La croix est le X par exemple et on devine certaines lettres de manière évidente comme le W !

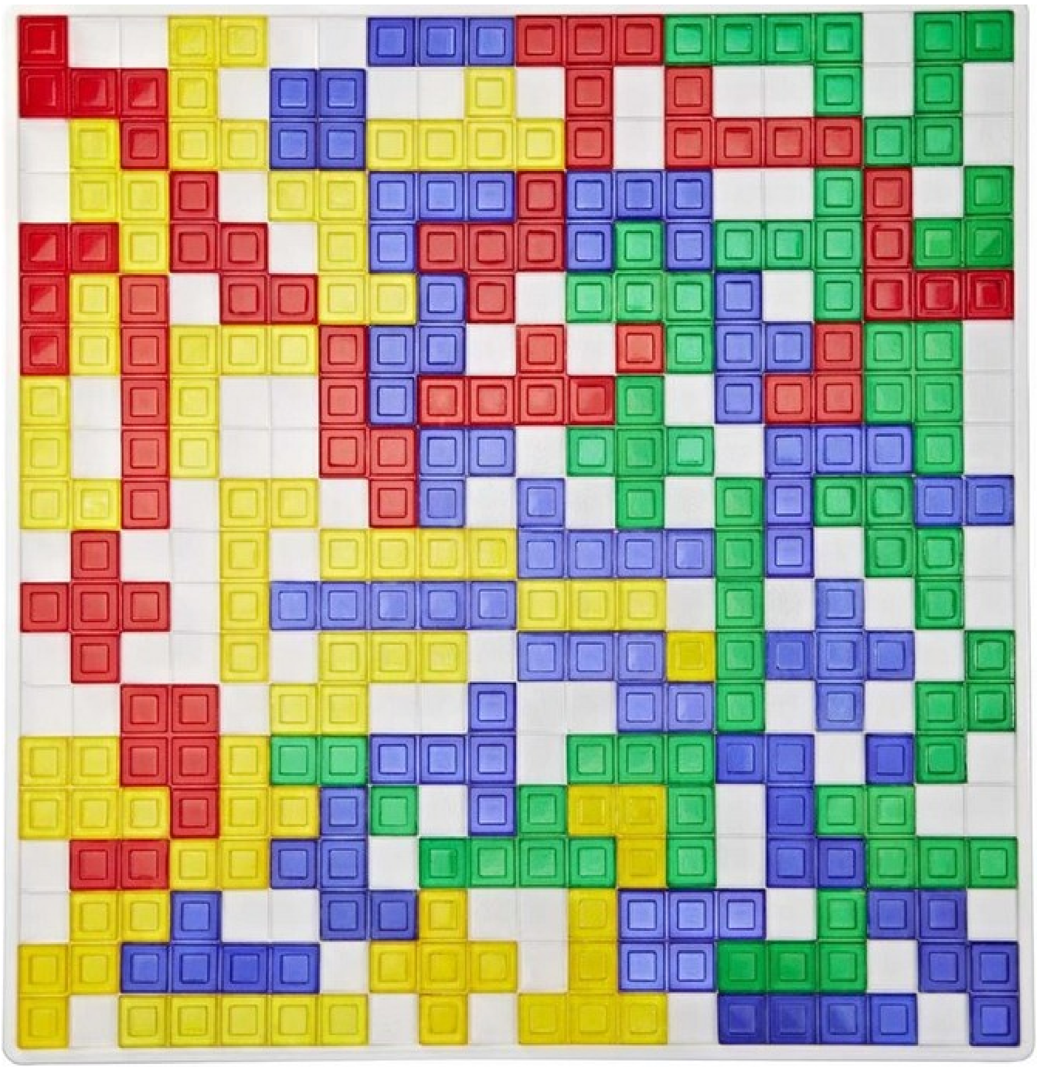
QUESTION 3
Compléter le tableau suivant:

nombre de carrés connexes	1	2	3	4	5	6
nombre de polyominos	1	1	2	5	12	35

QUESTION 4
Trouver une formule reliant le nombre de carrés connexes au nombre de polyominos possibles.
Aucune formule exacte n'est connue à ce jour sauf pour certains cas particuliers !
Pour plus de précisions voir l'excellent site de Gérard Villemin à ce sujet :
http://villemin.gerard.free.fr/Puzzle/minoPoly.htm

COMPLEMENTS

Ces polyminos sont à la base de nombreux jeux célèbres dont Tétris, Blokus ou Ubungo.



<u>Défi :</u> sauriez-vous paver des rectangles sans trou avec les 12 pentaminos ?

Vos réponses par mail à labo.m.toucy@gmail.com

3 PROBLÈMES DE NOEL

LA CHAUSSETTE MAGIQUE

- Entrez la taille de votre paire de chaussettes
- Doublez-le
- Ajoutez 42
- Multipliez par 50
- Ôtez votre année de naissance
- Ôtez 50
- Ajoutez 1 si vous avez déjà fêté votre anniversaire cette année
- Ôtez 31

- 41
- 41 x 2 = 82
- 82 + 42 = 124
- 124 x 50 = 6200
- 6200 – 1974 = 4226
- 4226 – 50 = 4176
- 4176 + 1 = 4177 car je suis né en juillet
- 4177 – 31 = 4146

Je chausse bien du 41 et j' ai 46 ans !

Démonstration :
Notons p la taille de notre paire de chaussettes. L 'algorithme donne :

- p x 2 = 2p
- 2p + 42
- 50 x (2p + 42) = 100p + 2100
- si a est notre année de naissance, 100p + 2100 - a
- 100p + 2100 – a – 50 = 100p + 2050 - a
- 100p + 2050 – a + 1 = 100p + 2051 - a si on a fêté notre anniversaire cette année
- 100p + 2051 – a – 31 = 100p + 2020 - a si on a fêté notre anniversaire cette année et 100p + 2050 – a – 31 = 100p + 2019 – a sinon

Conclusion : 100p donne le nombre de centaines qui correspond à la taille de nos chaussettes et 2020-a ou 2019-a notre âge !
Ce tour est extrait du livre de Ian Stewart : Cabinet de curiosités mathématiques

LE TIROIR À CHAUSSETTES

a) Pour avoir deux chaussettes rouges, il faut tirer au minimum 10 chaussettes. En effet, on peut tirer les 6 bleues et les 2 vertes puis 2 rouges avant d'être sûr à tous les coups. Voici donc la pire situation.
b) Pour avoir deux chaussettes dépareillées (de couleur différente), il faut tirer au minimum 7 chaussettes car la pire situation est celle où on tire les 6 bleues puis il en faut encore une pour avoir deux couleurs différentes.
c) Il reste donc 3 chaussettes rouges, 6 bleues et 2 vertes.

- Pour avoir 2 rouges, le résultat est inchangé car il dépend des autres couleurs.
- Pour avoir deux couleurs différentes, le résultat est encore le même

<u>Compléments :</u> un problème très classique qui repose sur le principe des tiroirs !
Voici un exemple étonnant de ce principe. Dans l 'Yonne, il existe deux personnes qui ont le même nombre de cheveux sur la tête !

Preuve :
Cela peut paraître surprenant mais comme il y a 336 532 habitants dans le département (donnée de 2019), et qu 'une tête compte en moyenne 120 000 cheveux, le principe des tiroirs donne :

- 1er tiroir : un habitant chauve
- 2ème tiroir : un habitant avec 1 cheveu
- 3ème tiroir : un habitant à 2 cheveux
- etc.
- 120 001 tiroir : un habitant à 120 000 cheveux

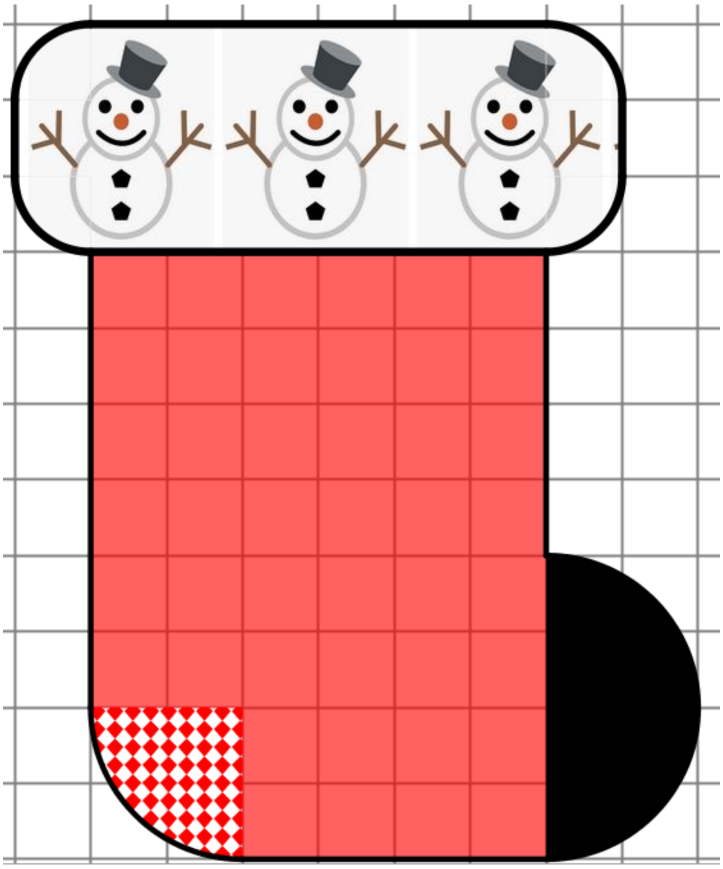
le 120 002ème habitant est obligé de se retrouver dans un des tiroirs précédents car 336 532>120 000.

Généralisons notre problème de chaussettes avec R chaussettes rouges, B bleues et V vertes.

Pour obtenir :

- 2 rouges, il faut tirer au minimum B + V + 2 chaussettes
- 2 dépareillées, il faut tirer au minimum max (B ; V ; R) + 1

LA CHAUSSETTE DE NOEL



Aire en fonction des carreaux :

- demi-cercle noir :
- quart de cercle quadrillé :
- hexagone rouge : carré + rectangle
  $6^2 + 2 \times 4 = 36 + 8 = 44$
- Haut de la botte : rectangle + disque entier + 2 carreaux

Aire de la botte :

carreaux

PARTENAIRES

Atelier Canopé 89 - Auxerre

Direction des services départementaux de l'éducation nationale 89

YONNE

CARDIE

RÉGION ACADÉMIQUE BOURGOGNE-FRANCHE-COMTÉ

Liberté
Égalité
Fraternité

Délégation régionale au numérique pour l'éducation

IREM DIJON

M'ton corps

INSPÉ

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE